Quelques remarques sur les programmes du Cycle 4

Rudolf Bkouche

18 septembre 2015

Mathématiques

Introduction

"La résolution de problèmes nécessite de s'appuyer sur un corpus de connaissances et de méthodes. Les élèves doivent disposer de réflexes intellectuels et d'automatismes tels que le calcul mental, qui, en libérant la mémoire, permettent de centrer la réflexion sur l'élaboration d'une démarche." (p. 356)

Il faut reconnaître que la façon de répéter "faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes" a eu un effet néfaste. D'une part on a oublié de préciser de quels types de problèmes il s'agit, d'autre part on a négligé qu'une science, et pas seulement les mathématiques, est une mise en ordre d'un ensemble de connaissances et que c'est cette mise en ordre qui permet de résoudre des problèmes. Il ne s'agit pas d'accumuler des méthodes qui apparaîtront comme un ensemble de recettes, mais de définir des méthodes à partir d'un corpus cohérent de connaissances. Les connaissances ne sauraient se réduire à un ensemble de trucs permettant de répondre à des questions.

Le passage du cycle 3 au cycle 4 est toujours mal posé, mais c'est peut-être qu'on a réduit la démonstration à n'être qu'un critère de vérité, on passerait ainsi de l'observation au raisonnement sans avoir besoin de comprendre ce que cela signifie. La démonstration, cela sert à comprendre, c'est-à-dire que l'on veut savoir non seulement si une propriété est vraie, mais encore pourquoi elle est vraie. Mais il est vrai que ce caractère de la démonstration semble oublié depuis longtemps. Dans ces conditions la démonstration devient vite un exercice de style de peu d'intérêt, que ce soit en mathématiques ou ailleurs, par exemple dans les sciences physiques.

Il faudrait préciser le rapport entre les mathématiques et l'informatique. J'y reviendrai à propos de l'algorithmique.

Je ne comprends pas cette phrase :

" La pratique des mathématiques, en particulier les activités de recherche, amène les élèves à travailler sur des notions ou des objets mathématiques dont la maîtrise n'est pas attendue en fin de troisième (par exemple, irrationalité de certains nombres, caractéristiques de dispersion d'une série statistique autres que l'étendue, modélisation de phénomènes aléatoires, calculs de distances astronomiques, droites remarquables dans un triangle, travail sur les puissances et capacité de stockage); c'est aussi l'occasion d'enrichir leur culture scientifique." (p357)

On peut comprendre au collège ce qu'est un nombre irrationnel à partir de quelques exemples tel $\sqrt{2}$. Point n'est besoin pour cela de tenir un discours général sur les nombres irrationnels, il suffit de les rencontrer et de montrer qu'ils ne peuvent se représenter comme fraction. En quoi les droites remarquables ne peuvent-elles étudiées au collège ? Il y a ici un mélange entre ce qu'on peut effectivement faire et ce pour lequel on ne peut que donner quelques idées qui seront étudiées plus tard. La référence à la culture scientifique ne me semble pas pertinente, mais mais c'est dans l'air du temps. Peut-être comprendra-t-on un jour que la culture scientifique s'acquiert en étudiant les sciences.

Nombres et calculs

On pense toujours en termes de compétences, les connaissances semblant n'avoir d'autre intérêt que celle d'acquérir des compétences.
C'est ainsi qu'on peut lire les attendus de fin de cycle et la division en deux colonnes (moins que les trois du programme précédent il est vrai). La liste des attendus en ce qui concerne "nombres et calculs", réduit la connaissance à des savoir-faire, oubliant que ces savoir-faire sophistiqués exigent une part de compréhension.

» *Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes*

» *Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers*

» *Utiliser le calcul littéral*

Cette réduction se confirme lorsqu'on parcourt la colonne "Connaissances et compétences associées" ; le seul intérêt des connaissances est d'acquérir des compétences pour résoudre des problèmes, mais c'est peut-être l'une des marques de l'utilitarisme contemporain. Les contenus sont présentés en terme de "faire". On a oublié que la science est à la fois compréhension du monde et résolution de problèmes et qu'après avoir été *"faber"* l'homme est devenu *"sapiens"*. Mais le *"sapiens"* a-t-il encore un sens à l'époque de la société dite de la connaissance ?
On peut noter une transformation heureuse. Dans la partie sur le calcul littéral, on commence par parler de mise en équation d'un problème en vue de sa résolution. On représente les inconnue par des lettres ce qui permet de calculer sur les inconnues comme si elles étaient connues. C'est une façon classique d'introduire l'usage des lettres et il est bon d'y revenir. Cela rappelle qu'il faut étudier les équations avant de parler du calcul littéral de façon générale. On pourrait alors travailler les équations en deux temps, d'abord les équations à coefficients numériques, ensuite passer aux équations à coefficients littéraux. L'étude des expressions algébriques prend alors son sens, d'autant qu'elle peut s'appuyer sur les "formules" liées au calcul sur les grandeurs.
Il faut peut-être rappeler ici la notion de grandeur, indépendamment de la notion de mesure, et le rôle qu'elle joue dans le développement de l'algèbre (Viète, Fermat, Descartes).
Le commentaire qui suit pose problème.

"Au cycle 3, les élèves ont rencontré des fractions simples sans leur donner le statut de nombre. Dès le début du cycle 4, les élèves construisent et mobilisent la fraction comme nombre qui rend toutes les divisions possibles. En 5ème, les élèves calculent et comparent proportions et fréquences, justifient par un raisonnement l'égalité de deux quotients, reconnaissent un nombre rationnel. À partir de la 4ème, ils sont conduits à additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients, à passer d'une représentation à une autre d'un nombre, à justifier qu'un nombre est ou non l'inverse d'un autre. Ils n'abordent la notion de fraction irréductible qu'en 3ème."

Qu'est-ce que cela signifie *"donner le statut de nombre"* ? C'est l'utilisation des fractions dans les problèmes, en particulier dans les problèmes de mesure, qui conduit à penser les fractions comme des nombres. Pourquoi faut-il attendre la troisième pour parler de fraction irréductible ? Pourquoi les calculs sur les fractions seulement en quatrième ?

Qu'est-ce que cela signifie *"comprendre l'intérêt du calcul littéral"*. On introduit l'usage des lettres *via* les équations en s'appuyant que le principe que l'on calcule sur les quantités inconnues comme si elles étaient connues et on peut ensuite montrer l'intérêt de représenter par des lettres des quantités connues. Sans oublier que c'est le calcul sur les grandeurs, en géométrie et en physique qui montre l'intérêt du calcul littéral. C'est le calcul sur les grandeurs qui met en avant la loi des homogènes telle que la développe Viète dans son *Introduction à l'Art Analytique*, loi des homogènes qui est la base de l'analyse dimensionnelle. Cela est à relier avec les notions de grandeurs-produits et grandeurs-quotients.
Il ne faudrait pas oublier aussi cette remarque que le calcul littéral permet de simplifier les calculs comme le rappellent Lebossé et Hémery dans l'un de leurs ouvrages.

Organisation et gestion de données, fonctions

Si je me souviens bien, c'est l'APMEP qui a eu l'idée saugrenue de placer l'étude des fonctions dans la rubrique "organisation et gestion des données" ; cette façon de faire oscille entre une conception informatique de la notion de fonction et une incompréhension de ce qu'elle signifie, savoir, une variable dite dépendante dont la valeur dépend (est fonction de) de celles de variables dites indépendantes, ainsi la position d'un corps en mouvement dépendant du temps ou la pression d'un gaz dépendant de la température.
Sur la colonne "Connaissances et compétences associées", on retrouve la réduction de la connaissance au "faire".
Même si la proportionnalité a déjà été abordée dans les cycles antérieurs, il serait utile d'en donner une définition ; se contenter de demander *"reconnaître une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité"* revient à ignorer les aspects conceptuels pour réduire la proportionnalité à son seul aspect calculatoire.
Il serait bon que l'on explique aux élèves pourquoi la représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite (cf. ci-dessous les remarques à propos du théorème de Thalès).
Il faudrait donner la définition d'une fonction : une grandeur variable qui dépend d'une autre (la variable indépendante) et donner des modes de représentation ; formules, représentations graphiques.
Le lien entre linéarité et proportionnalité n'est pas une question d'usage, il s'agit de deux façons de dire la même chose. Ce qui est important, et qui fait partie du cours (si on a encore le droit de parler d'un cours), c'est le fait qu'une fonction linéaire ou affine est représentée par une droite, ce qui est une conséquence du théorème de Thalès. C'est cette propriété qui a conduit à user du mot "linéarité" pour parler de proportionnalité.
Ecrire que *"en 3ème, les élèves sont en mesure de faire le lien entre proportionnalité, fonctions linéaires, théorème de Thalès et homothéties"* n'est pas sérieux. D'une part le théorème de Thalès décrit une situation de proportionnalité (pas besoin de faire le lien), d'autre part c'est le théorème de Thalès qui permet de montrer que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite comme nous l'avons déjà remarqué.
Quel est l'intérêt d'enseigner au collège le calcul des probabilités ? Le calcul des probabilités demande une première connaissance mathématique, ce qui exige de ne pas les enseigner trop tôt. Quant au lien entre fréquence et probabilité, il est loin d'être simple, alors pourquoi l'aborder si tôt. Encore une volonté de faire moderne alors que l'objectif de l'enseignement des

sciences au collège est moins de raconter la modernité que de préparer l'accès à la modernité. En fait on fait un mauvais compromis entre l'enseignement de "la science déjà faite" et l'enseignement de "la science qui se fait" pour reprendre la terminologie des années soixante. Pourtant la réforme des mathématiques modernes devrait rappeler que la modernité scientifique est loin d'être transparente et ne peut être enseignée telle quelle.

Grandeurs et mesures

Je ne comprends pas les attendus.
Qu'est-ce que cela veut dire *"calculer avec des grandeurs mesurables"*. Il faut donc parler de mesure pour calculer.
La relation de Chasles, telle que Chasles l'a développée, porte sur les segments orientés, non sur leurs mesures algébriques. Encore une fois, on réduit le calcul aux seuls nombres et on oublie le rôle joué par les grandeurs dans le développement de l'algèbre.
Quant à comprendre l'effet des transformations sur les grandeurs géométriques, cela devrait entrer dans la rubrique "géométrie".
Il semble que la rubrique "Grandeurs et mesures" ait été mise pour faire "interdisciplinaire", ce qui marque une double incompréhension de l'interdisciplinaire d'une part et de la notion de grandeur d'autre part.

Espace et géométrie

Toujours des bribes de connaissances afin de résoudre des problèmes. Aucune vue d'ensemble.
Dire que l'on va étudier des objets déjà rencontrés *via* le raisonnement ne prend sens que dans une construction globale de la géométrie, sinon le raisonnement n'est qu'un outil parmi d'autres. Mais comme cela est écrit :

"Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (relations entre angles et parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, caractérisation de la médiatrice, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement." (p. 366)

Une vision bien pauvre de la géométrie.
Parmi les attendus, cette phrase *"utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer"*. On retrouve ici cette question à la mode chez les didacticiens : la place des figures dans la démonstration. La démonstration apparaît ici comme une simple lubie de mathématicien. On oublie que la question est celle du rôle de la démonstration dans l'étude des figures.
On peut considérer que les contenus définis dans la première colonne sont intéressants, encore qu'ils soient définis en terme de "faire", mais il n'y a aucune vision globale de la géométrie. On est toujours en retard par rapport à l'enseignement de la géométrie élémentaire d'avant la réforme des mathématiques modernes. On pourrait comparer ce programme avec l'ouvrage de géométrie de Neveu et Bellanger pour les Ecoles Primaires Supérieures (1907).
Quant à la seconde colonne, elle renforce l'idée que tout cela est un ensemble de trucs disparates sans grande unité.

Quelques remarques amusantes.
Je ne comprends pas que l'on demande de *"faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité"*. Qu'est-ce donc que le théorème de Thalès sinon un théorème sur les pro-

portions géométriques? Quant aux homothéties elles découlent du théorème de Thalès. Tout cela renforce l'idée d'un programme comme agglomérat de connaissances qu'il faut ensuite relier (la donation de sens comme disent les didacticiens). Le fait que la géométrie élémentaire soit l'un des premiers domaines de la connaissance organisés par une construction axiomatique est oublié. Il est vrai qu'à l'âge de la science triomphante, on réduit celle-ci à une simple accumulation de connaissances. En fait ce programme confirme qu'il n'y a pas d'enseignement de la géométrie. Mais peut-être faut-il ajouter qu'il n'y a pas d'enseignement scientifique.
Peut-être peut-on rappeler que l'Encyclopédie de D'Alembert et Diderot s'appelait *"Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers"* ? Mais à l'époque de la société dite de la connaissance, le terme "raisonné" est de trop.
Encore une fois, il n'est pas fait mention du postulat des parallèles. La question de la démonstration de la somme des angles d'un triangle reste entière.

Il y a évidemment quelques points intéressants. Ainsi les cas d'égalité réapparaissent. Par contre rien sur le cercle, la relation entre angles et arcs, les angles inscrits.
Ce qui apparaît dans ce programme, c'est que loin d'être une construction cohérente, la géométrie est présentée comme un ensemble de connaissances sans grand lien entre eux.

A la fin de la rubrique, on peut lire

"La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au cycle 3, est poursuivie et enrichie dès le début et tout au long du cycle 4, permettant aux élèves de s'entraîner au raisonnement et de s'initier petit à petit à la démonstration."

On ne peut mieux dire ce manque de vision globale. Le passage à la géométrie rationnelle se réduit au seul usage d'un outil nouveau, la démonstration, sans que la signification de celle-ci apparaisse.

Même chose lorsqu'on écrit :

"La symétrie axiale a été introduite au cycle 3. La symétrie centrale est travaillée dès le début du cycle 4, en liaison avec le parallélogramme. Les translations, puis les rotations sont introduites en milieu de cycle, en liaison avec l'analyse ou la construction des frises, pavages et rosaces, mais sans définition formalisée en tant qu'applications ponctuelles. Une fois ces notions consolidées, les homothéties sont amenées en 3ème, en lien avec les configurations de Thalès, la proportionnalité, les fonctions linéaires, les rapports d'agrandissement ou de réduction des grandeurs géométriques."

Peut-on dire que la société dite de la connaissance signifie la fin des *Lumières*.

Algorithmique et programmation

Il semble aujourd'hui que la notion d'algorithme soit devenue une notion informatique.
Peut-être serait-il bon de distinguer un enseignement d'informatique des usages de l'informatique dans les diverses disciplines. Cela permettrait de commencer l'étude des algorithmes dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, que ce soit les algorithmes de calcul et les algorithmes de construction géométrique. L'ordinateur n'apparaîtrait qu'en fin de parcours (pas avant le lycée !) pour montrer ce qu'il apporte à l'usage des algorithmes.

Croisements entre enseignements

L'interdisciplinarité apparaît ici moins comme la rencontre des disciplines que comme un patchwork.
Pour revenir à quelques points cités dans ce ramassis, nous ferons quelques remarques.
L'enseignement de la perspective a sa place dans le cours de géométrie. D'une part la perspective est un mode de représentation des objets de l'espace et en ce sens elle relève de ce qu'on appelle la géométrie dans l'espace. La question se pose alors du moment où il faut l'enseigner, au collège ou au lycée. On peut remarquer l'absence de géométrie dans l'espace dans les programmes, alors que signifie un enseignement de la perspective ici. On peut aussi considérer que la perspective peut être enseignée dans le cours d'Arts Plastiques, mais, quel que soit le lieu où elle est enseignée, la perspective doit être étudiée comme un savoir et non comme une activité liée à un projet.
Quant aux pavages, cela entre dans le cours de la géométrie et non dans un truc interdisciplinaire mal défini. Rien n'interdit de parler, dans un cours de mathématiques d'autres domaines de la connaissance, ce qui permet d'assurer la rencontre effective des disciplines dans l'enseignement. En outre, le même thème peut être étudié dans deux disciplines différentes, ce qui est une façon de montrer comment des liens se construisent entre diverses disciplines.
On pourrait faire une remarque analogue pour la cartographie. Apprendre à lire une carte s'apprend dans le cours de géographie et ne renvoie à aucune interdisciplinarité, par contre, si on veut comprendre comment on construit une carte, cela renvoie à la géométrie. Il y a ici un point de rencontre entre géographie et géométrie. La question se pose alors du moment où on peut aborder cette question dans l'enseignement.
Quant à la proportionnalité, une fois enseignée dans le cours de mathématiques, on peut en parler partout où on la rencontre. Parler d'interdisciplinarité relève ici de la cuistrerie.
A-t-on besoin de parler d'interdisciplinarité pour donner des statistiques dans un cours de géographie ? Mais ici se pose la définition du terme "statistiques", une question que nous n'aborderons pas ici.
En fait les EPI ont pour objet moins d'enseigner des connaissances que de montrer quelques endroits de rencontre, ce qui pose la question : de quelle rencontre s'agit-il ? Entre le site de rencontres et l'œcuménisme !!!