Note technique 04-01 pour la commission Torossian/
http://micheldelord.info/nt-04-01.pdf

Cours palliatifs[1]

01-Multiplication et division de fractions

<u>Lire d'abord le texte de 2006</u> : http://michel.delord.free.fr/multdiv-frac.pdf

1) Définition de a/b
2) Calcul mental
3) La langue maternelle est la langue des mathématiques élémentaires
4) Elie Cartan à la rescousse

*   *

Cette petite note est un commentaire du texte de 2006 déjà nommé « *Multiplication et division de fractions*[2] » destiné à des enseignants et aux membres du GRIP, texte qui présentait différentes démonstrations possibles des formules de multiplication et de division des fractions. Cette petite note n'est donc pas le texte dont j'avais parlé et qui décrira une progression possible pour l'enseignement fractions, progression qui commence en GS de maternelle, progression « *destinée à un système scolaire qui marche* ».

Au contraire le texte de 2006 – qui devrait être un cours de primaire – comporte en fait des conseils qui peuvent, dans le système actuel, être utiles pour tout élève de collège, de la sixième à la troisième, et même plus loin au vu de la multiplication des *élèves-oubliant-les-fractions* …. D'où la nécessité de commencer mon texte de 2006 par une liste <u>explicite</u> de prérequis qui n'aurait pas lieu d'être dans un système qui fonctionne car en ce cas si un élève est par exemple en début de cinquième, on n'a pas besoin d'expliciter les prérequis puisqu'ils sont explicitement donnés dans les programmes.

Ceci dit, je voudrais insister sur un certain nombre de points :

1) ***<u>Définition de a/b</u>*** : Je n'ai pas parlé dans le texte de 2006 d'un autre prérequis sur les fractions car il avait déjà été évoqué dans les courriers précédents de l'époque.

Je commençais donc par définir ce qu'est <u>une fraction d'une grandeur G</u> :

« **Trois quarts de G** » s'écrit aussi « $\frac{3}{4}$ **<u>de</u> G** » ou « $\frac{3}{4}$ × **G** » qui peut se calculer sous les diverses formes :

$$(3\times G) : 4 \qquad \text{ou} \qquad (G : 4) \times 3 \qquad \text{ou} \qquad (3 : 4) \times G$$

Ceci dit, reste à définir ce qu'est « $\frac{3}{4}$ », ce qui n'est pas fait explicitement dans le texte de 2006.

On peut poser que « $\frac{3}{4}$ » est une abréviation de « $\frac{3}{4}$ de 1» ou « $\frac{3}{4}$ × 1» qui vaut donc « $\frac{3}{4}$ » comme 1 est l'élément neutre et qui vaut simultanément 0,75 puisque « $\frac{3}{4}$ de 1» vaut (3 : 4) × 1 = 3 : 4 = 0,75.

Donc $\frac{3}{4}$ = 0,75= 3 : 4

*   *

*

2) ***<u>Calcul mental</u>***

Il est extrêmement important du faire du calcul mental – quand je dis mental c'est que l'élève et l'enseignant n'écrivent rien, sauf éventuellement le résultat pour l'élève – du type (pour la division mais on peut utiliser le même principe pour les quatre opérations)

[1] Présentation des cours palliatifs http://micheldelord.info/nt-04.pdf
[2] http://michel.delord.free.fr/multdiv-frac.pdf

- avec une aide écrite du prof : « Sachant que 364 : 14 = 26 (écrit au tableau), combien vaut 364 : 7 ou 364 : 28 ? »

- ou, plus difficile car purement oral : « Sachant que 14 : 25 = 0,56, combien vaut 14 : 2,5 ou 14 : 250 ? »

*   *

*

3) ***La langue maternelle est la langue des mathématiques élémentaires*** : Ce qui est le plus important – mais le plus difficile, on n'a rien sans rien – est que « les élèves explicitent d'abord leurs calculs en français » car c'est la seule manière qu'ils ont et que l'enseignant a de comprendre exactement leurs pensées (la notation mathématique qui simplifie n'a de sens que si elle simplifie quelque chose et elle intervient après)

Exemple :

Comme $\frac{3}{4}$ est 4 fois plus petit que 3, $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7}$ est 4 fois plus petit que $3 \times \frac{2}{7}$.

On sait calculer $3 \times \frac{2}{7}$ qui vaut $\frac{3\times 2}{7}$

Donc $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3\times 2}{7} : 4$.

Donc $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3\times 2}{7} : 4 = \frac{3\times 2}{4\times 7}$

NB : ***Ceci est une démonstration car on peut faire une démonstration« sans lettres » à partir d'un cas particulier… à condition de savoir qu'il s'agit en fait d'un cas général.***

*   *

*

4) ***Elie Cartan à la rescousse,***

… apparemment non pénalisé par sa pratique de la vieille arithmétique en 1935 pour faire quelques maths assez modernes…

Elie Cartan et sa sœur partent de la définition de a/b comme solution de l'équation $b\times x = a$ et définissent le ainsi a/b comme nombre rationnel, ce qui est justifié en 6ème/5ème qui est le niveau visé par les auteurs mais à condition que la première introduction des fractions parte de la notion de *« fraction unitaire » d'un tout*, pour le dire vite. Mais, si l'on veut mettre en place une progression d'enseignement des fractions allant de la maternelle au lycée(en gros jusqu'à la notion de fraction rationnelle), la première question à se poser, – elle est posée également par Ron Aharoni – est la suivante : *Pourquoi sépare-t-on l'enseignement de la division et celui des fractions ?* A mon sens cette question n'est pas indépendante de la suivante : *Pourquoi sépare-t-on l'enseignement du comptage et de la mesure ?*

Cabanac, 07/12/2017

Michel Delord

PS : Sans que ce soit une réponse à la question posée, on peut cependant constater que tous les programmes de tous les niveaux depuis une trentaine d'années séparent dans leurs énoncés la partie numération /calcul de la partie grandeurs/mesure, …ce qui ne facilite pas l'unité de LA mathématique.