

Calcul et résolution de problèmes :

le débat avance

Rémi Brissiaud

29-06-2006¹

Le texte que le Café pédagogique a bien voulu mettre en ligne début juin a déjà suscité quelques réactions dont celles de David Lefèvre, Roland Charnay et Joël Briand, qui, elles aussi, ont été mises en ligne sur le Café. Ces réactions sont très différentes. La première souligne que l'article est "long et passionnant" et l'auteur y dit d'emblée que ses points d'accord sont très nombreux. Il n'en exprime pas moins de sérieuses réserves quant à la façon dont, à la fin du texte, j'ai parlé des situations-problèmes et des problèmes de recherche. J'ai vraisemblablement abordé trop brièvement ce sujet et je le ferai plus longuement ici.

Les deux autres textes, en revanche, sont essentiellement critiques. Mais, surtout, le ton en est vif. De manière évidente, Roland Charnay et Joël Briand auraient préféré que mon texte ne comporte aucune critique des programmes actuels et de leurs documents annexes. J'avais pourtant, il me semble, adopté une attitude pondérée. Conscient des dangers de la conjoncture actuelle, j'ai assorti mon propos d'un appel à la prudence en disant : *"qu'il ne convient pas de condamner et de bouleverser les pratiques pédagogiques actuelles"*. Concernant la division et les fractions, j'indiquais explicitement que le problème principal se situe dans la lecture "officielle" des programmes telle qu'elle ressort des "documents d'application", alors que d'autres lectures sont licites. Par ailleurs, à aucun moment, je n'appelle à une révision immédiate des programmes, préférant dire : *"... on voit assez bien ce que pourrait apporter une amélioration des programmes et il faut favoriser une démarche sereine d'élaboration de ces futurs programmes"*. J'appelle plutôt, dans cette perspective, à *"favoriser le débat"*, à *"confronter les points de vue"* et à *"prendre le temps nécessaire"*. Malgré cette pondération, la fin de mon texte a conduit Roland Charnay et Joël Briand à écrire des réponses dont le ton n'est pas feutré. À la lecture de leurs textes, il est vraisemblable qu'un grand nombre de personnes ont pu douter que le débat soit serein et fructueux comme je l'avais espéré.

En fait, au-delà de leur forme, les textes de Roland Charnay et Joël Briand comportent, comme celui de David Lefèvre, certaines analyses précises et il me semble que, contre l'apparence, le débat progresse. C'est ce que j'essaierai de montrer ici. Mais auparavant, il me faut rappeler que l'objectif premier de mon texte précédent était de montrer que, concernant le calcul et la résolution de problèmes, il n'y a pas de paradis pédagogique perdu. Je voudrais aussi souligner que je me suis efforcé d'argumenter "en héritier de la réforme de 1970".

Débattre en héritiers de la réforme de 1970

Roland Charnay et Joël Briand se sont focalisés sur la partie finale de mon texte, celle qui est critique vis-à-vis de certains aspects des programmes actuels et de leurs documents annexes. Or, plus d'un tiers de ce texte (10 pages sur 28 dans la version imprimable) est consacré à une analyse des progressions pédagogiques concernant la division qui ont prévalu de 1945 à 1970. En rédigeant cette partie, je souhaitais prendre au sérieux l'idée d'un éventuel retour à l'enseignement de la division et de son formalisme dès le CP, analyser comment progressaient les élèves qui, à l'époque "s'en sortaient" et expliquer pourquoi certains choix pédagogiques (celui d'assimiler sur une longue durée la division au partage, celui d'enseigner la résolution de problèmes à partir de "résolutions types", par exemple) faisaient en réalité obstacle au progrès des autres élèves sur le long terme. Dans la suite du texte, j'ai essayé de montrer qu'il existe aujourd'hui des progressions qui se fondent sur une analyse critique des pratiques antérieures à 1970 et qui, par conséquent, tentent d'en conserver les points forts tout en se préservant de leurs points faibles. Ce faisant, la moitié du texte est largement dépassée (15 pages sur 28) et un propos extrêmement important se trouve ainsi argumenté de manière serrée : on comprendrait mal, aujourd'hui, un éventuel retour aux programmes de 1945 car cela conduirait assurément à moins de réussite, c'est-à-dire à l'effet inverse que disent viser les défenseurs de cette contre-réforme².

¹ http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/contribs_brissiaud3.aspx

² Roland Charnay émet des réserves sur cette argumentation. Notamment : j'ai critiqué l'apprentissage de la résolution de problèmes tel qu'il se pratiquait avant 1970 parce qu'il reposait essentiellement sur la compréhension par les élèves de "résolutions-types". En effet, de nombreux élèves, avant 1970, utilisaient des analogies superficielles et échouaient durablement. J'ai donc qualifié cette forme d'apprentissage d'"élitiste". Par ailleurs, j'ai dit de la

Or, au moment où je rédigeais ce texte, j'avais bien conscience que les arguments avancés pour critiquer les pratiques d'avant 1970, conduisent aussi à critiquer certains points des programmes actuels, et des points qui sont loin d'être mineurs (ils concernent la conceptualisation de la soustraction, de la division, des fractions...). J'ai donc pensé (et je pense toujours) qu'il n'était pas possible de m'arrêter là et que je ne devais pas le masquer.

Mais revenons à la première moitié du texte. Pourquoi peut-on dire que j'ai essayé d'y débattre en "héritier de la réforme de 1970" ? Pour répondre à cette question, il faut prendre un peu de recul historique et s'intéresser à l'évolution des programmes depuis la naissance de la Troisième République jusqu'à cette date (le lecteur pourra se reporter à l'excellent article de Renaud d'Enfert, 2006). Entre 1882 et 1970, les programmes de l'école primaire ont été modifiés principalement en 1923 et 1945. On ne peut pas rendre compte de ces évolutions, sans considérer qu'au point de départ, il n'y a pas un, mais deux systèmes scolaires en France qui fonctionnent en parallèle dès les petites classes : un système court (appelé école primaire) et un système long (appelé école secondaire). Alors que les mots "primaire" et "secondaire" renvoient aujourd'hui au fonctionnement successif dans le temps d'un seul réseau d'enseignement, ils renvoyaient à l'époque aux fonctionnements en parallèle de deux réseaux aux finalités et aux contenus d'enseignement très différents.

Renaud d'Enfert nous dit ainsi que l'enseignement primaire est un enseignement court et pratique, voire "utilitaire" alors que l'enseignement secondaire est un enseignement long, théorique et "désintéressé". Les programmes de 1945 et le fait qu'on enseigne les 4 opérations dès le CP trouvent leur origine dans les programmes de 1882 pour l'école primaire : comme le temps d'enseignement est court (la "scolarité obligatoire" s'arrête alors à 13 ans), pour être sûr que les élèves sortent de l'école avec les savoirs pratiques appropriés, il convient de les enseigner d'emblée et de répéter cet enseignement tous les ans, tout en l'approfondissant (c'est la fameuse "méthode concentrique"). Cette méthode sera officiellement abandonnée en 1923, notamment parce qu'elle instaure l'ennui en classe. Cependant, comme l'enseignement des 4 opérations dès le CP, lui, perdurera jusqu'en 1970, il n'y aura pas, avant cette date, de franche rupture avec la méthode concentrique.

Diverses sortes de légitimations sont invoquées pour expliquer les quelques évolutions des programmes entre 1882 et 1970 :

*Des légitimations qui sont d'ordre économique et social : la France a besoin de travailleurs mieux formés, par exemple.

*Des légitimations d'ordre idéologique : on imagine aisément que, de ce point de vue, les tenants d'un humanisme universaliste s'opposent aux idéologues de la résignation sociale (il serait dangereux pour la société de trop instruire des enfants qui, par leur naissance, sont appelés à occuper des emplois subalternes).

*Des légitimations d'ordre pédagogique : promouvoir l'activité de l'enfant pour lutter contre l'ennui et favoriser l'épanouissement, par exemple, mais aussi, et pour d'autres pédagogues : il convient d'apprendre aux enfants à distinguer d'une part les connaissances mathématiques que le maître leur démontre de manière rationnelle et d'autre part celles qu'il ne juge pas nécessaire de leur démontrer rationnellement et dont ils doivent accepter la vérité parce que la parole du maître est celle d'une personne qui connaît cette vérité, etc.

Il faut bien voir que la distinction entre les légitimations d'ordre idéologique et celles d'ordre pédagogique est, à cette époque, bien floue et qu'il n'est guère de discours pédagogique qui ne se réfère à l'idéologie qui le fonde.

Que représente la réforme de 1970 dans ce contexte ? Elle correspond au moment où s'instaure un accès de masse à l'enseignement secondaire. L'école primaire perd de sa finalité propre pour devenir propédeutique à cet enseignement secondaire. L'enseignement des mathématiques peut dès lors être programmé sur le long terme. Il n'y a plus d'impératif à enseigner les 4 opérations dès le CP ! Ce changement dans les paramètres temporels de

progression "post-70" présentée dans le texte que "lorsque le progrès ne (s'y) déroule pas comme on pourrait l'espérer ce n'est pas si grave parce que tout est fait pour que l'autre forme d'apprentissage de la résolution de problèmes, l'apprentissage à partir de résolutions-types, puisse avoir lieu, comme avant 1970...". Roland Charnay y voit une contradiction : "Comment cette forme "élitiste" peut-elle permettre de rattraper des élèves avec lesquels une forme moins élitiste n'aurait pas réussi ?". La réponse est dans le texte : il y est dit que la progression post-70 présentée "favorise mieux que les (progressions pré-70) cette forme d'apprentissage de la résolution de problèmes, parce que les élèves y sont mis en garde contre l'usage d'analogies superficielles". Le procédé pédagogique utilisé à cet effet s'appuie sur la "révolution pédagogique" post-70 que constitue le fait de s'autoriser à proposer des problèmes de partage et de groupement longtemps avant d'étudier le formalisme de la division. L'argumentation générale de cette partie de l'article initial tient donc : le retour aux pratiques pédagogiques d'avant 1970, serait assurément un "choix perdant".

l'enseignement des mathématiques va permettre l'irruption dans les programmes d'un type de légitimation des évolutions proposées qui est radicalement nouveau. Concernant la soustraction, par exemple, on lit :

"Le fait que les égalités $8 + 7 = 15$ et $15 - 8 = 7$ ont même signification est difficilement compris par les enfants de cours préparatoire. Aussi paraît-il indiqué de n'introduire la soustraction, avec son signe, qu'au cours élémentaire."

Ceci peut se reformuler de la manière suivante : il est difficile pour un enfant de CP de comprendre que le nombre qu'il faut ajouter à 8 unités pour en avoir 15 (à savoir, 7 unités) est aussi le résultat du retrait de 8 unités à 15 unités. Ou encore : il est difficile pour un enfant de CP de s'approprier l'équivalence entre la procédure de recherche de la valeur d'un complément et celle de recherche du résultat d'un retrait. Et il est implicite dans le propos tenu, qu'il conviendrait mieux de n'introduire le signe « - » que lorsque celui-ci peut fonctionner comme symbole de cette équivalence. Ce type d'argument pédagogique est complètement nouveau parce qu'il apparaît peu lié aux conceptions idéologiques de celui qui le tient. Il se fonde plus dans deux sortes de considérations :

1. des considérations épistémologiques (quelle sorte de connaissance est celle d'un "authentique signe « - »" , c'est-à-dire d'un symbole arithmétique qui ne soit pas une simple abréviation sténographique des verbes dont la sémantique est du côté du retrait ?) ;
2. des considérations psychologiques : en 1970, il y avait plus de 25 ans que Piaget parlait de la difficulté des jeunes enfants à accéder à la "réversibilité".

Il faudrait faire des recherches historiques plus précises, mais il se peut qu'il s'agisse là, en 1970, de l'acte de naissance des arguments de type strictement didactique. Ceux-ci apparaissent comme des arguments pédagogiques particuliers. Ils trouvent leur origine dans des considérations épistémologiques et psychologiques. Ils sont par conséquent moins liés aux conceptions idéologiques de celui qui les tient que ne le sont généralement les arguments pédagogiques.

Dans l'article initial, c'est donc tout à fait intentionnellement que je n'ai pas amorcé le débat avec les membres du Groupe de Réflexion Interdisciplinaire sur les Programmes comme le fait Roland Charnay en demandant à ces personnes qu'elles "*présentent les fondements de leurs déclarations en relation avec l'idéologie qui les anime*". Ce n'est probablement pas en mettant en doute l'humanisme des membres du GRIP qu'on a quelque chance de les amener à considérer plus favorablement l'évolution des pratiques pédagogiques et des programmes depuis 1970. J'ai donc, comme je l'expliquais plus haut, pris au sérieux l'idée d'un retour à l'enseignement de la division conformément aux pratiques d'avant 1970 pour montrer, à l'aide d'arguments de nature didactique (épistémologique et psychologique), que ce serait, en termes d'efficacité de l'école, un "choix perdant". Cette démarche n'est pas si banale et il est quelque peu vexant que Joël Briand et Roland Charnay considèrent cette partie essentielle de l'article initial comme un simple prétexte aux critiques de certains points des programmes et de leurs documents annexes.

Un premier consensus qui commence à émerger : symbolisme arithmétique et conceptualisation de la division

Avant d'explicitier ce qui apparaît comme une bonne nouvelle, qu'on me permette de répondre à une objection que Roland Charnay juge fondamentale puisqu'il écrit que : "*Il y a là une sollicitation abusive des textes qui met à mal une bonne partie de l'argumentation de Rémi Brissiaud*". Ne pas y répondre risquerait également de mettre à mal l'argumentation qui suivra, celle qui conduit à penser qu'un consensus commence à émerger à propos de ce thème.

Roland Charnay me reproche d'avoir écrit que les documents d'application programment la division posée au CM2. Il rappelle que :

*"Le tableau auquel se réfère Rémi Brissiaud propose **d'approcher**, de **préparer** la division posée dès le CE2 et de la **construire** et de la **structurer** au CM2. Rien n'empêche donc de poser des divisions, avec la potence, dès le CE2 pour **préparer** une technique qui peut n'être effectivement **stabilisée** qu'au CM2 "*

Dans la première phrase de la citation précédente, les quatre mots mis en gras (de mon fait) sont effectivement ceux qu'on trouve dans les documents d'application (il y est de plus précisé que l'année suivante, au CM1, les enseignants sont toujours dans cette phase d'approche et de préparation). Dans la seconde phrase, celle où Roland Charnay reformule la première et, donc, ce qui est dit dans les documents d'application, on ne trouve plus que deux mots (mis en gras également de mon fait) : "*approcher, préparer*" a été remplacé par "*préparer*", ce qui n'a rien d'étonnant, mais "*construire, structurer*" a été remplacé par "*stabiliser*" et, dans ce cas, l'idée de "construction" a

disparu. Je ne voudrais pas entretenir une mauvaise querelle terminologique, mais si ma seule erreur a été de considérer que la préconisation de **construire** la division posée au CM2, incite à ne poser ses premières divisions qu'à ce moment de la scolarité, il me semble que quiconque cherche à comprendre ce passage du document d'application à partir de la signification habituelle des mots, ferait la même interprétation. Joël Briand, d'ailleurs, parle à propos de ce passage des documents d'application d'"*erreur de programmation*". Mais venons-en au consensus naissant.

Je parle dans mon texte de "conceptualisation" de la division, plutôt que de "compréhension" de cette opération pour souligner l'aspect constructif de ce processus de compréhension. Et c'est évidemment en tant que psychologue que j'utilise le mot "constructif", c'est-à-dire en un sens technique. Ainsi, au sens piagétien du terme, le constructivisme renvoie à l'idée qu'en mathématiques :

1. le progrès des enfants a partie liée avec la découverte de propriétés relatives à leurs actions : la découverte de l'équivalence entre la recherche de la valeur d'un complément et le résultat d'un retrait, par exemple, ou encore : la découverte de l'équivalence entre la recherche de la valeur d'une part lorsqu'on partage une collection en n parts égales et celle du nombre de groupes de n unités qu'il est possible de former à partir de la même collection ;
2. cette découverte se réalise très souvent "en acte" et il faut donc, comme le fait Piaget (1974), distinguer deux compréhensions, l'une "en actes" (qui correspond à la réussite de l'action) et l'autre "en pensées" (qui correspond à ce qu'on appelle habituellement la *compréhension*) : "*réussir c'est comprendre en action une situation donnée à un degré suffisant pour atteindre les buts proposés, et comprendre c'est réussir à dominer en pensée les mêmes situations jusqu'à pouvoir résoudre les problèmes qu'elles posent quant au pourquoi et au comment des liaisons constatées et par ailleurs utilisées dans l'action*" (p. 237) ;
3. la conceptualisation correspond au moment où la compréhension de l'action vient rattraper sa réussite parce que cette compréhension s'effectue en pensée ; il n'y a pas de conceptualisation sans processus de prise de conscience et sans symbolisation³.

D'où la question que j'ai posée : comment peut-on espérer favoriser la conceptualisation de la division avec reste, lorsqu'on ne dispose que tardivement d'un symbole pour cette division ? Très souvent aujourd'hui, les maîtres n'introduisent un symbole, le plus souvent la puissance, qu'au CM1. Ce faisant, ils ne suivent pas à la lettre la recommandation de programmation qui figure dans le document d'application des programmes mais, même au CM1, je pense que c'est une année trop tard.

Les documents d'application des programmes passent complètement sous silence ce problème majeur ou, plutôt, ils s'en accommodent en toute sérénité. Ils disent (p. 27) :

"Pour la division euclidienne, il n'existe pas de signe conventionnel pour le quotient entier. Pour rendre compte complètement du calcul (quotient entier et reste), l'égalité caractéristique de la division est utilisée $37 = (5 \times 7) + 2$ (en soulignant que le reste est inférieur au diviseur)."

Alors que Roland Charnay a coordonné la rédaction du document dont est extrait le passage précédent, il s'exprime aujourd'hui de façon très différente :

"La question du signe de la division est une question récurrente, souvent mal tranchée, ce qui n'est pas sans conséquence sur certaines difficultés rencontrées par les élèves."

Le débat progresse : il est raisonnable de penser que s'il coordonnait aujourd'hui une nouvelle rédaction des documents d'application, il attirerait l'attention des enseignants sur ce problème important.

De plus, Roland Charnay examine la solution que j'ai avancée à ce problème : "*Rémi Brissiaud propose une solution "simple" (selon lui) qui consiste à écrire $163 : 50 ?$ et à répondre $q = 3$ et $r = 13$. Cette proposition mérite d'être discutée, car elle ne souffre pas des inconvénients majeurs de notations comme $163 : 50 = 3$ (reste 13) parfois utilisées*". Il critique ensuite cette solution mais l'essentiel n'est pas là. Lui-même en propose une autre, utilisable selon lui dès le CE2. C'est le signe que le problème didactique posé peut difficilement rester sans solution :

³ L'un des principaux mérites de Gérard Vergnaud, psychologue dont Roland Charnay cite les travaux, est d'avoir contribué à maintenir vivante la pensée piagétienne entre 1975 et 1990, c'est-à-dire durant une période où, en psychologie, la perspective dite du "traitement de l'information" était dominante et même hégémonique. D'autres chercheurs, dont Jacqueline Bideaud et Claire Meljac y ont également contribué. On voit mal en quoi on pourrait opposer le point de vue de Gérard Vergnaud à celui qui est développé ici.

"Rien n'interdit à un enseignant, dès qu'il aborde la division, de faire écrire quelque chose comme

$$\begin{array}{r|l} 163 & 50 \\ 13 & 3 \end{array}$$

notation qui sera réutilisée au moment de la mise en place de la technique de calcul posé."

Soulignons d'abord le fait qu'un premier consensus commence à émerger : si l'on veut que les élèves s'approprient le concept de division sur une longue durée à l'école primaire (du CE2 au CM2), il est nécessaire qu'ils disposent dès le CE2 d'un symbole de l'équivalence entre le partage en n parts égales et le groupement par n .

Venons-en ensuite aux critiques que Roland Charnay fait de ma proposition. La principale se fonde dans le fait qu'il existe deux divisions : celle avec reste et la "division exacte" (pour partager 21 images en 4, on utilise la division avec reste, et pour partager 21 brioches en 4, la "division exacte" car la brioche restante peut être partagée). Il pense qu'alors, ces deux concepts seront symbolisés à l'identique par le symbole ":" tandis qu'il s'agit de deux concepts mathématiques différents.

5

Cette objection est un peu précipitée. Lorsqu'on écrit "21 : 4 ?" pour symboliser la division avec reste de 21 par 4 (avec $q = 5$ et $r = 1$ comme résultat), dans cette formule, ce ne sont pas seulement les deux points qui symbolisent la division avec reste, c'est l'ensemble formé par les deux points et le point d'interrogation : "21 : 4 ?". Or la "division exacte", elle, est symbolisée de la manière suivante "21 : 4 = ...". La division exacte est ainsi symbolisée par un ensemble "syntactiquement" différent, celui formé par les deux points et le signe "=". Le résultat de cette "division exacte" s'exprime soit sous la forme "21 : 4 = 5 + 1/4" (car dans la "division exacte", le reste 1 est partagé en 4), soit sous la forme "21 : 4 = 5,25" qui revient au même ici. Si on prend soin de "travailler" la différence conceptuelle entre les deux sortes de divisions, le fait que les deux ensembles qui symbolisent ces deux divisions ont une partie commune n'entraîne pas de confusion parmi les élèves. Cela est attesté par les dizaines de milliers d'élèves qui manient ces deux écritures au CM depuis près de 10 ans (celle de la division avec reste dès le CE2) et cela peut se vérifier sans difficulté. Par ailleurs, il est légitime que les ensembles de symboles utilisés pour la division avec reste et la division exacte aient une partie commune : bien que différentes, ces deux divisions ne sont évidemment pas sans signification commune.

Reste une objection : "cette notation n'a pas d'avenir pour les élèves, en dehors du contexte de la classe : elle n'est ni reconnue par la communauté mathématique, ni utilisée dans la suite de la scolarité". Ceci ne paraît pas bien grave : il est vrai que la communauté mathématique ne dispose pas de symbole pour distinguer les deux sortes de divisions, mais c'est parce qu'au-delà de la phase d'apprentissage, le problème perd considérablement de son importance. Et, donc, le fait que ces notations (celle de la division avec reste et celle de la "division exacte") aient un avenir au sein de la classe tout le temps du cycle 3 de l'école primaire suffit largement à justifier leur emploi.

Que penser de la solution alternative avancée par Roland Charnay, à savoir l'utilisation de la puissance dès le CE2, non pas comme mode d'organisation qui sert de support et d'aide à l'effectuation d'un calcul mais comme mode d'expression de l'opération, des nombres sur lesquelles elle porte (dividende et diviseur) et des deux nombres qui en sont le résultat (quotient et reste) ? Elle a l'inconvénient suivant : même si ce n'est pas le cas dans un premier temps au CE2, très rapidement, la puissance fonctionnerait pour les élèves à la fois comme support et aide au calcul d'une division posée et comme mode d'expression de l'opération. Cela ne favoriserait guère l'usage d'autres stratégies de calcul du quotient et du reste que celles qui sont privilégiées lors du calcul d'une division posée. Comme l'un des principaux enjeux de l'usage d'un tel symbolisme est de favoriser l'accès à des stratégies diverses face au même symbolisme, on voit que cet inconvénient n'est pas mineur.

Un second consensus qui commence peut-être à émerger : "faire des mathématiques, ce n'est pas seulement résoudre des problèmes"

Cette proposition n'est évidemment pas indépendante de la distinction faite par Piaget entre "réussir" et "comprendre (en pensée)" qui a été rappelée plus haut. Il ne suffit pas de réussir à résoudre des problèmes, il convient aussi de comprendre le pourquoi et le comment de cette réussite pour qu'elle ne reste pas sans lendemain. Les didacticiens des mathématiques, pour aborder ce sujet, distinguent les **connaissances** que les élèves mobilisent face à un problème (leurs modèles implicites d'action) et les **savoirs** que l'institution scolaire se doit d'enseigner aux élèves⁴. Et leur point de vue est très piagétien parce qu'ils considèrent généralement que tout ce que les élèves "font", mais qui n'est pas assez rapidement reconnu, dit ou "récupéré" dans un système de savoirs, sera perdu.

⁴ En psychologie, le mot "connaissance" n'est généralement pas utilisé ainsi, en opposition avec le mot "savoir".

Rappelons que dans l'article initial, cette question a été abordée en se référant à un texte récent d'Alain Mercier (2006)⁵ qui a été mis en ligne sur le site EducMath. Roland Charnay revient sur le texte d'Alain Mercier. Il le cite même largement :

"... Si pour apprendre comment résoudre des problèmes il faut en rencontrer, c'est dans le cadre d'une situation didactique qu'il faut le faire ; faute de quoi il n'y a pas de raison de progresser plus rapidement que le progrès historique. On comprend alors que le slogan de la "résolution de problèmes" permet de nier l'importance des conditions didactiques et de proposer, sous le prétexte qu'il a plus de sens, un enseignement qui ne s'adresse plus qu'aux rares élèves capables de tirer profit par eux-mêmes de leurs rencontres aléatoires"

Mais, de manière surprenante, il analyse cette prise de position ainsi : Alain Mercier *"ne dit pas autre chose que ce qui est mentionné dans les documents d'application qui évoquent "des activités bien choisies et organisées par l'enseignant" (idée développée dans un des documents d'accompagnement). On est loin des «rencontres aléatoires...»."*

Or, quand on lit le texte d'Alain Mercier d'une part et les programmes et leurs documents annexes d'autre part, on a du mal à conclure à une identité des deux points de vue. Fait-on un contresens si on comprend qu'Alain Mercier attire notre attention sur un déséquilibre, qui s'est installé au cours de ces 10 dernières années, entre l'importance accordée dans le discours de formation au fait que les élèves soient mis en " situation de résolution de problème ", c'est-à-dire en situation de recherche, et la moindre importance accordée aux savoirs et aux conditions de leur construction ?

D'ailleurs, cette idée d'un déséquilibre est reprise par Joël Briand qui, dans le texte mis en ligne ici même, recommande de *"prendre un peu de distance avec la devise »La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques«". Et il ajoute : "C'est en effet **un point des programmes** qui (...) paraît contestable puisque cette approche laisse dans l'ombre la façon dont les principaux concepts de mathématiques de l'école primaire peuvent se construire par confrontation avec un milieu d'apprentissage. Enseigner les mathématiques par les situations problèmes est pour le moins souvent interprété de façon très basique. Les savoirs mathématiques seraient-ils "déjà là" ? Comment se sont-ils construits ? Où ?". Dans ce passage, il reprend ainsi très exactement le point de vue d'Alain Mercier et sa critique vise explicitement les programmes (la mise en gras est de mon fait).*

Un consensus sur ce thème serait-il en train d'émerger ? Il est sûr en tout cas que didacticiens et psychologues sont nombreux aujourd'hui à penser qu'il est utile d'alerter les enseignants sur un déséquilibre qui s'installe depuis plusieurs années entre l'attention portée aux situations en tant que situations de recherche et celle qui leur est portée en tant que situations de construction des savoirs.

Quels problèmes à l'école ?

Pour autant, quand David Lefèvre dit qu' *"il serait déraisonnable de jeter en quelque sorte le bébé avec l'eau du bain. Et le bébé, j'ai bien peur que ce soit les situations problème"*, il a raison : il ne s'agit évidemment pas de rejeter l'idée même de situation de recherche, il s'agit seulement de souligner que toutes les situations de recherches ne se valent pas du point de vue de la construction des savoirs. Considérons par exemple les trois "situations-problèmes" suivantes :

- S1 : Le problème suivant est proposé à une classe de CE1 : "Combien peut-on former de paquets de 12 images avec 99 images ?".
- S2 : Le problème suivant est proposé à une classe de CM : "Alain a des billes, Claire en a deux fois plus et Bernard quatre fois plus. En tout ils en ont 91. Combien en ont-ils chacun ?" (c'est le problème analysé par David Lefèvre dans son texte).
- S3 : L'enseignant propose aux élèves un logigramme ou une grille de Sudoku ou un problème d'échecs.

Les trois situations sont des "situations-problèmes" qui vont amener les élèves à chercher, à débattre, à valider certaines solutions et non d'autres, etc. Et pourtant, du point de vue scolaire, les situations S1 et S2 sont beaucoup plus légitimes que la situation S3.

Concernant S1, soyons bref : mon article initial qualifie de "révolution pédagogique" le fait de s'autoriser à poser des problèmes de partage ou de groupement au CP et au CE1, c'est-à-dire avant d'enseigner la division comme symbole

⁵ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/en-debat/le-repertoire-des-questions/question-de-kenneth-ruthven/>

de l'équivalence entre les procédures de partage et de groupement ; inutile donc d'insister davantage sur l'intérêt de ce type de situation.

La situation S2 est, elle aussi, complètement pertinente à l'école. Dans un premier temps, les élèves traitent le problème par simulation de ce qui est dit dans l'énoncé en testant des hypothèses : si Alain a 10 billes, Claire en a 20 et Bernard 40. En tout, ça fait... Et dans l'échange collectif, nul doute que de nombreux élèves comprennent qu'on peut aussi traiter ce problème en cherchant le nombre qui, multiplié par 7, donne 91. Il s'agit donc d'un problème de division qui ne s'offre pas d'emblée comme tel !

Alain Mercier, toujours dans le texte déjà cité, dit que "*Faire des mathématiques, c'est (...) « pour apprendre comment résoudre des problèmes » (par avance, donc on étudie des classes de problèmes afin de savoir) et non pas « pour que les problèmes soient résolus » (un à un, donc on étudie les problèmes qui se présentent et on les résout comme on peut)*". Très clairement, les problèmes S1 et S2 appartiennent à une même classe (celle des problèmes de division) et on voit bien quelle intention didactique, en terme d'acquisition de savoirs, conduit à les proposer aux élèves. Ce n'est pas le cas des situations de type S3.

Faut-il pour autant s'interdire de proposer des situations de type S3 ? Hélas, le temps consacré à ce type d'activité ne l'est pas à favoriser la conceptualisation arithmétique chez les élèves. Si l'enseignant juge qu'il a fait tout ce qu'il devait faire pour favoriser chez ses élèves la compréhension des équivalences entre procédures qui fondent les opérations arithmétiques, les concepts de fractions, de décimaux, etc. Si les élèves prouvent, par leurs compétences en calcul mental notamment, qu'ils savent faire fonctionner ces équivalences, s'ils prouvent par leur comportement dans des situations de type S1 ou S2 qu'ils savent construire ce qu'on appelle en psychologie la "représentation d'un problème" même lorsqu'il s'agit d'un problème nouveau... alors, évidemment, une grille de Sudoku n'a jamais fait de mal à un élève. En revanche, le raisonnement qui consiste à penser qu'il serait nécessaire que les élèves apprennent d'abord "à chercher" dans les situations de type S3 avant de les mettre "à chercher" dans des situations de type S1 ou S2 (parce qu'elles sont plus "scolaires"), n'a guère de base scientifique. Les résultats des recherches en psychologie cognitive incitent au contraire à considérer qu'on n'apprend pas "à mener une recherche efficace" en général mais toujours dans un domaine conceptuel déterminé.

Terminons cette partie en remarquant que, bien entendu, les situations S1, S2 et S3 ont été choisies pour permettre au lecteur de théoriser et non pour référer de manière stricte : face à un problème donné, l'enseignant doit toujours se demander si ce problème est proche de S1 ou S2 ou proche de S3.

Programmes, documents annexes et pratiques professionnelles

Roland Charnay souligne le passage suivant dans son texte en le mettant en gras : "*Aujourd'hui, les enseignants ont sûrement plus besoin de sérénité, de temps, de formation et de la confiance des responsables du système éducatif que de vaines polémiques autour des programmes*". On ne peut qu'être d'accord avec lui sur le besoin de sérénité des enseignants et j'ai moi-même déploré que les campagnes médiatiques de suspicion envers l'école, à coups de simplifications grossières, déstabilisent les enseignants et nuisent à la nécessaire confiance des parents envers les maîtres.

Mais ce qui rend les enseignants sereins, c'est avant tout la conviction lucide que leur enseignement est efficace. Or, les analyses précédentes conduisent à penser que certains aspects des programmes et de leurs documents annexes ne favorisent pas au mieux l'efficacité de l'enseignement. Que faut-il faire : ne rien dire ou en parler ?

En fait, le discours critique qui peut être tenu dans ce cas n'a pas les mêmes répercussions institutionnelles selon qu'on parle des programmes ou des documents annexes. Les deux cas doivent donc être distingués. Commençons par envisager celui des documents annexes.

Les documents annexes des programmes et les pratiques professionnelles

Comme c'est dit dans mon article initial, et comme Roland Charnay le signale : "*seuls, faut-il le rappeler, (les programmes) ont un caractère d'obligation*". Effectivement, il est très utile de le rappeler parce que le mot "application", celui qui est utilisé pour désigner une partie des documents officiels n'est pas anodin : il laisse penser que leur contenu indique ce qu'il conviendrait de faire dans les classes pour "appliquer" les programmes et il n'est pas

certain que tous les enseignants sachent qu'ils disposent de la liberté pédagogique d'interpréter les programmes autrement que le font ces documents. Cette ambiguïté est renforcée par la formule utilisée dans les divers fascicules édités par le CNDP : sur la page 1 des documents *d'application*, on lit en effet que le contenu du livret est "*applicable* à la rentrée 2002" ; sur celle des documents d'accompagnements, qu'il est "*applicable* à la rentrée 2003".

Par ailleurs, le style utilisé n'est pas toujours celui qui favorise le mieux l'exercice de cette liberté pédagogique. On lit par exemple (documents d'accompagnement, page 45), concernant les tables de multiplication : "*Il faut souligner que la récitation mécanique des tables constitue un obstacle à la mobilisation rapide d'un résultat quelconque*". L'enseignant qui, aujourd'hui, continue à faire apprendre, dans un premier temps, les tables par cœur dans l'ordre doit avoir une conviction bien chevillée pour dépasser l'inquiétude que peut susciter un tel passage. Or aucune recherche scientifique ne fonde l'affirmation précédente. Bien au contraire, il est assez facile, pour un psychologue, d'argumenter en faveur de la récitation des tables dans l'ordre dans un premier temps (récitation qui n'est évidemment pas "mécanique" dans la mesure où, dans la table de 3, par exemple, les résultats vont de 3 en 3). Dans un deuxième temps, cela permet en effet d'enseigner aux élèves à retrouver les résultats de "fin de table", sans réciter la table depuis le début : "3 fois 6", par exemple, est "juste après 3 fois 5". Comme dans la table de 3, les résultats vont de 3 en 3, "après 15, c'est 18" ; "3 fois 9", autre exemple, est "juste avant 3 fois 10". Comme dans la table de 3, les résultats vont de 3 en 3, "avant 30, c'est 27". C'est parce que les élèves ont appris à "réciter" la table qu'ils peuvent apprendre à mobiliser de plus en plus rapidement un résultat isolé en s'appuyant sur les repères privilégiés 5 et 10. En lisant ce passage, les enseignants peuvent-ils conserver leur sérénité s'ils pensaient auparavant, d'après leur expérience par exemple, que la récitation des tables accélère la mémorisation des produits isolés ?

Enfin, tout le monde s'accorde sur l'importance de la formation didactique, initiale et continue des enseignants. Or les documents annexes aux programmes sont parmi les documents de formation les plus utilisés. C'est normal au demeurant, puisqu'ils sont annoncés comme rédigés par une commission d'experts. Nous avons vu au début de ce texte qu'un consensus est en train de se former pour considérer certains aspects des documents annexes des programmes de manière critique : parfois, leurs recommandations ne sont pas celles qui conduisent à un enseignement efficace. Faut-il le cacher aux enseignants et demander à l'ensemble des professionnels concernés (maîtres et formateurs) d'attendre une future révision de ces documents pour aborder ces points problématiques ?

Tout au contraire, c'est seulement dans la mesure où les enseignants en formation procèdent à une analyse "distanciée" des annexes des programmes que cette lecture est formatrice, que leur enseignement peut acquérir l'efficacité nécessaire et, qu'eux-mêmes accéderont, par là et de surcroît, à la sérénité correspondante.

Les programmes eux-mêmes et les pratiques professionnelles

Le cas de la soustraction pose un problème institutionnel plus complexe. En effet, c'est dans les programmes eux-mêmes qu'on trouve certaines préconisations peu compatibles avec l'état des connaissances en didactique et en psychologie des apprentissages mathématiques. Roland Charnay se contente, dans son texte, de relever "*quelques différences qui peuvent exister entre ces deux « opérations » (soustraction et division) qui pourraient à elles seules justifier des approches différentes*". Il note notamment que : "*l'équivalence « sémantique » entre recherche d'un complément, d'un écart et du résultat d'un retrait pour la soustraction est beaucoup plus facile à penser que celle entre recherche du nombre de parts et de la valeur d'une part pour la division*". Certes, mais bien qu'elle soit plus facile à penser, cette équivalence est loin d'aller de soi. Rappelons que le problème suivant a été proposé à 110 élèves au début et en fin de CE1 (Brissiaud et Sander, 2004 ; Brissiaud, 2004) :

"Un minibus transporte 3 personnes. À un arrêt, d'autres personnes montent et le minibus redémarre alors qu'il est complet : il y a maintenant 42 personnes à l'intérieur. Combien de personnes sont montées dans le minibus ?"

En début de CE1, ce problème est réussi par 22 % des élèves alors que 75% d'entre eux savent trouver le résultat du retrait de 3 unités à 42. À ce moment, donc, peu d'élèves utilisent l'équivalence entre recherche de la valeur d'un complément et celle du résultat d'un retrait. En fin de CE1, ils sont plus nombreux à l'utiliser : 42 % des élèves réussissent le problème du minibus qui se remplit. Ainsi, pendant l'année de CE1, les élèves progressent, mais il reste des progrès à faire et on peut légitimement se demander si ces progrès n'auraient pas pu être plus importants au cycle 2.

Quand Roland Charnay dit que l'équivalence entre la recherche de la valeur d'un complément et celle du résultat d'un retrait, est plus facile à penser que l'équivalence correspondante concernant la division, il ne répond pas aux questions que j'ai posées ; il ne fait qu'en souligner la pertinence : si cette équivalence est plus facile à penser, comment expliquer qu'on lise dans les documents d'accompagnement que son usage "*relève du cycle 3*" ? Comment expliquer le

mésusage du mot "expert" qui est fait dans les programmes de cycle 2, mésusage que j'ai analysé dans l'article initial comme un exemple "d'effet Jourdain" (Brousseau 1987) ?

Dans le cas de cette opération, c'est donc dans les programmes eux-mêmes qu'on trouve des insuffisances graves. Pour autant, je n'appelle nullement à un changement rapide de ces programmes. En effet, les programmes seraient-ils parfaits - si c'est imaginable - que les pratiques professionnelles ne s'en trouveraient pas subitement améliorées de manière magique. Ce n'est évidemment pas ainsi que les pratiques professionnelles évoluent. Aussi ne doit-on pas sacraliser ces textes réglementaires ; on doit considérer ces programmes, et a fortiori leurs documents annexes, à la fois dans leurs forces et dans leurs faiblesses. Les formateurs, les enseignants, les chercheurs doivent être autorisés à se situer dans un rapport critique à ces documents, sans être réprimandés à la moindre objection, surtout quand cette objection est scientifiquement fondée.

De l'intérêt de comparer les programmes de 2002 en français et en mathématiques

Dans l'article initial, j'ai avancé que les programmes de 2002 apparaissent très différents dans ce qu'ils préconisent pour la lecture et pour les mathématiques et que "*concernant l'apprentissage de la lecture, les programmes de 2002 ont officialisé une sorte de "recentrage" du discours pédagogique sur certaines conditions indispensables à la compréhension de l'écrit (la conceptualisation des relations grapho-phonologiques, la fréquentation d'œuvres littéraires, notamment)*". David Lefèvre conteste l'usage du mot "recentrage" pour rendre compte de la fréquentation d'œuvres littéraires telle qu'elle se développe aujourd'hui en soulignant qu'elle n'a jamais été aussi importante et, donc, qu'un mot tel que "recentrage" lui paraît inapproprié. Il a vraisemblablement raison. Mais à vrai dire, si j'ai évoqué la fréquentation d'œuvres littéraires, c'est essentiellement pour énoncer que des programmes qui, en lecture, mettraient l'accent sur la seule conceptualisation des relations grapho-phonologiques, ne seraient pas "équilibrés". Je ne voulais pas laisser penser que tout "recentrage" procède seulement de la réhabilitation des processus cognitifs de "bas niveau" (usage des relations grapho-phonologiques) et non des processus cognitifs de "haut niveau" (interprétation d'une œuvre littéraire).

Dans le domaine des mathématiques, par exemple, ce serait une erreur de penser que le rééquilibrage nécessaire consisterait seulement à consacrer plus de temps à la mémorisation ou aux aspects automatiques du calcul, pour équilibrer le temps passé à résoudre des "problèmes pour chercher". Ce qu'il convient de faire, c'est porter plus d'attention *aux conditions de la conceptualisation* et cela aura des conséquences à la fois en calcul (par exemple, en définissant mieux les stratégies de calcul les plus favorables au développement conceptuel) et en résolution de problèmes. C'est bien davantage une question d'*interaction* entre calcul et résolution de problèmes qu'une question de dosage des deux sortes de moments.

Vers un débat apaisé, qui permette d'éviter une contre-réforme en mathématiques à l'école primaire

Il n'est pas simple de débattre dans un domaine, celui de l'enseignement des mathématiques, où l'illusion d'une unanimité a cours depuis longtemps (ce qui est loin d'être le cas en lecture, on le sait). J'ai évité dans ce texte de répondre point par point aux objections de Roland Charnay et Joël Briand parce qu'il m'aurait fallu évoquer dans le corps même du texte certaines approximations voire certain contresens⁶. Cela aurait conduit à allonger cette réponse en discutant d'objections qui ne fragilisent pas l'argumentation utilisée dans l'article initial. Mais, dans le cadre d'un débat, on ne peut guère reprocher les approximations et les contresens car il n'est pas si simple de toujours les éviter. En revanche, il est indispensable, et plus facile, d'éviter les formules blessantes. Qu'apporte au débat le fait de parler de Michel Delord, de Jean-Pierre Demailly et des initiateurs du Groupe de Recherche Interdisciplinaires sur les Programmes comme d'un "*quarteron de GRIPpés*" (Joël Briand) ? Il est souhaitable également d'éviter les mises en

⁶ Ainsi, au début de sa réponse, Joël Briand écrit : "*Concernant la division, sa conceptualisation consiste, d'après Brissiaud, en la reconnaissance d'une équivalence d'opération entre la valeur d'une part et le nombre de parts, ce que l'auteur rebaptise « groupements par n » et « partage en n parts égales »*". Or, la notion de "groupements par n" est plus générale que celle de "recherche du nombre de parts" parce que le "groupement par n" n'implique nullement la sémantique d'une situation de partage. Si l'on considère le problème : "Combien de groupes de 12 objets peut-on former avec 400 objets ?", par exemple, il renvoie à une situation plus générale que celle où les 400 objets sont partagés entre des personnes et où on donne 12 objets par personne. Si l'on introduit la division dans la première de ces situations plutôt que dans la seconde, les élèves, d'emblée, sauront utiliser la division dans un beaucoup plus grand nombre de situations (Richard, 2004). C'est pourquoi l'usage que fait Joël Briand du mot "rebaptise" fait peu de cas d'une des principales idées avancées dans mon texte : les enseignants doivent réfléchir, lorsqu'ils introduisent un nouveau savoir en classe, au niveau de généralité auquel ils l'introduisent. C'est une approximation et une négligence théorique lourde de conséquences de considérer que "la recherche du nombre de parts" et le "groupement par n" sont synonymes et je pense au contraire avoir mis en garde dans mon texte les lecteurs contre cette erreur théorique. On remarquera que Roland Charnay fait la même approximation quand il dit : "*l'équivalence sémantique entre recherche d'un complément, d'un écart et du résultat d'un retrait pour la soustraction est beaucoup plus facile à penser que celle entre recherche du nombre de parts et de la valeur d'une part pour la division*". Par ailleurs, quand Joël Briand critique l'usage de l'expression "fraction-quotient" en me l'attribuant, c'est un contresens dans le mesure où je reprends ici, en précisant explicitement que c'est pour les besoins du débat, la formulation adoptée par... les documents d'application. Pour parler du schème d'action correspondant, je préfère en effet parler de "partition de la pluralité".

causes personnelles. Par exemple, Joël Briand me qualifie dès la première phrase de son texte d'"auteur régulièrement invité dans les lieux de décision". Je ne comprends pas ce qu'il a voulu dire. Comme on peut facilement s'en douter, je n'ai pas été associé à l'élaboration des programmes et de leurs documents annexes (mais aucun psychologue ne l'a été). Je ne fais pas partie, non plus, de la commission qui élabore les évaluations nationales CE2 et 6e ou d'autres instances de décision. Certes, en 2004 et en 2005, j'ai été invité à donner une conférence sur la construction du nombre à l'Ecole Supérieure de l'Education Nationale dans le cadre de la formation initiale des IEN, mais ce sujet est l'un de mes principaux thèmes de recherche (voir, par exemple, Bideaud, Vilette et Lehalle, 2003). Le propos de Joël Briand est donc surprenant. Qu'a-t-il voulu dire ?

Aurais-je moi-même cédé à ce genre d'insinuation en disant que Roland Charnay est "*considéré comme le père des programmes de 2002*" ? Au moment où je me suis exprimé ainsi, je n'ai fait que citer, en le mettant entre guillemets, un extrait du Rapport de la Commission parlementaire Rolland (p. 36), rapport que j'étais en train de commenter en cet endroit de mon article. La phrase dont provient cet extrait est la suivante : "*M. Roland Charnay, professeur agrégé de mathématiques, membre du groupe d'experts sur les programmes de l'école primaire, responsable de la commission mathématique, et considéré comme le père des programmes actuels...*". C'est le seul endroit de l'article où j'ai écrit le nom de Roland Charnay, parce qu'il figurait dans ce rapport. Si j'avais imaginé que cela provoquerait une telle réaction, je m'en serais abstenu. Et s'il s'en trouve réellement affecté, ainsi que les collègues dont il prend la défense, je les prie sincèrement de m'en excuser.

Mais plus fondamentalement, si l'on veut que le débat soit productif, il convient de réfléchir à la façon dont on en situe les différents protagonistes. J'ai rappelé au début du présent texte que Roland Charnay considère la première moitié de mon article initial comme un prétexte parce que je chercherais essentiellement : "*à décrédibiliser les programmes de 2002, pourtant fondés et nourris par les travaux de toute une communauté au cours des 40 dernières années*". Il y aurait donc d'un côté les personnes qui cherchent à décrédibiliser les programmes de 2002, dont je serais, et, de l'autre, celles qui font corps autour de ces programmes parce qu'ils sont "*fondés et nourris par les travaux de toute une communauté au cours des 40 dernières années*". Cette conception du débat peut-elle être productive ? Est-elle celle qui peut le mieux nous protéger du risque d'une contre-réforme ?

La plupart des lecteurs ne se sont vraisemblablement pas mépris en nous lisant : certaines idées essentielles sur les apprentissages mathématiques nous sont communes avec Joël Briand et Roland Charnay et les consensus naissants ne sont pas les fruits du hasard. S'il faut tracer une frontière, elle ne nous sépare pas, elle passe entre, d'une part les défenseurs de la contre-réforme et, d'autre part, nous trois et les pédagogues tels que David Lefèvre. J'appellerais volontiers ce second "camp", celui des "héritiers de la réforme de 1970". Ce qui donne une consistance à cette frontière, c'est le fait que les défenseurs de la contre-réforme se réclament seulement de la tradition. En effet, Michel Delord et Jean-Pierre Demailly font un usage de la tradition qui se justifie par lui-même, au nom d'une valeur propre des choses du passé (l'âge d'or, le paradis perdu). Et par conséquent, leur argumentation est imperméable aux résultats des recherches scientifiques en psychologie et en didactique, comme elle est imperméable à l'avis raisonné de la plupart des praticiens de terrains d'aujourd'hui.

Aussi, si les "héritiers de la réforme de 1970" doivent se rassembler, ce ne peut pas être sur la défense de *la lettre* des programmes de mathématiques et de leurs documents annexes. En effet, en faisant "corps" autour des programmes et de leurs annexes tels qu'ils sont rédigés aujourd'hui, nous nous rendrions aussi imperméables que les militants du GRIP aux résultats des recherches scientifiques et à l'expérience des praticiens de terrain. Nous nous situerions en "miroir" des tenants de la contre-réforme. Ce serait une tactique perdante que d'opposer à l'immuabilité de la tradition, l'immuabilité des programmes de 2002 et de leurs annexes. Nous devons en être tous convaincus, quelle qu'ait été l'implication de chacun dans l'élaboration de ces textes.

Rémi Brissiaud

MC de Psychologie cognitive à l'IUFM de Versailles

Équipe "Compréhension, Raisonnement et Acquisition de Connaissances"

Laboratoire Paragraphe (Paris 8)

Bibliographie

Bideaud J., Vilette B., Lehalle H. (2003). *La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant*. Lille: Presses du Septentrion

Brissiaud R. (2004) La résolution de problèmes arithmétiques : une étude longitudinale au CE1. In ARDM (Ed) *Séminaire national de didactique des mathématiques 2004 Les actes*, p. 223-228
Brissiaud, R., & Sander, E. (2004) *Conceptualisation arithmétique, résolution de problèmes et enseignement des opérations arithmétiques à l'école : une étude longitudinale au CE1*. Document présenté au symposium ARDECO "Les processus de conceptualisation en débat : Hommage à Gérard Vergnaud". Clichy-La Garenne. 28-31 Janvier 2004. 10 pages.

Brousseau G. (1987) Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7-2, 33-115.

D'Enfert R. (2006) L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation "de masse". In SMF (Ed) *Gazette des Mathématiciens*, 108, 67-81
Piaget J. (1974) *Réussir et comprendre*. Paris : PUF

Richard J. F., (2004) *Les Activités Mentales (4e édition) : De l'interprétation de l'information à l'action*. Paris : Colin.

Page publiée le 29-06-2006