Les quatre opérations en CP :

Comptine numérique, file numérique, décompositions et constellations

Catherine Huby / Rémi Brissiaud

Michel Delord – 7 mars 2014

Partie I : Ordinal / Cardinal – Pages 1 à 12 – 25 octobre 2013

Partie II : L'addition, seule opération au programme du CP en 1970 ? – Pages 13 à 35 – A paraitre en mars 2014

*

* *

Partie I : Ordinal / Cardinal

Introduction : « D'une position mal défendue, parait-il, par le GRIP… »

Guy Morel écrit le 11 septembre 2013 à 20:12[i]

D'une pos[i]tion mal défendue, paraît-il par le GRIP

1-Michel Delord :

> « la question connue sous le nom, qui n'est pas le meilleur [2], de « 4 opérations en CP ». Je l'ai exhumée du consensus dans les années 1995/2002, avec certaines difficultés pour être entendu notamment de la part de mes petits camarades instructionnistes. Or il se trouve qu'elle est maintenant un véritable enjeu puisque à part le GRIP qui la défend – mal certes mais la défend - »

2-Extrait du Descriptif détaillé des recommandations SLECC envoyé à la DEGSCO et à tous les PE inscrits dans l'expérimentation SLECC :

> « Pour éviter la dérive mécaniste d'un enseignement réduit à des procédures vides de sens et à des compétences atomisées, le GRIP pense que doivent être enseignées simultanément, dès le début, le calcul et la langue écrite, et, plus précisément, l'écriture et la lecture ainsi que la numération et le calcul. »

L'extrait du « Descriptif détaillé », descriptif dans lequel je trouve bien des formulations qui sont à l'origine les miennes, prouve bien que le GRIP prend position pour l'enseignement simultané de la numération et du calcul, ce que j'affirmais d'ailleurs. Mais je disais aussi que le GRIP défend ++*mal*++ cette notion, ce dont Guy Morel semble douter lorsqu'il écrit « D'une position mal défendue, ++*paraît-il*++ par le GRIP ».

Il y a plusieurs textes publiés depuis mon exclusion qui montrent que le GRIP ou certains de ses membres défendent mal cette notion mais je vais en utiliser un seul « le plus proche », celui qui est justement à l'origine de la note « Horresco referens », le texte « consensuel » de Catherine Huby intitulé « *Moi mon métier, c'est maitresse d'école* ».

Le texte qui suit est vraiment minimaliste. Il sera juste suffisant pour montrer que le GRIP, par l'intermédiaire de C. Huby, défend mal cette notion. Mais il serait nettement insuffisant pour donner, ce qui est pourtant nécessaire et même indispensable actuellement, un cadre général de la défense des « 4 opérations en CP ». Je me propose de publier assez rapidement une argumentation un peu précise sur les quelques grands axes théorique qui structurent cette question. *Car elle reste*, **j'y insiste**, avec la question des « opérations sur les grandeurs » à laquelle elle est d'ailleurs profondément liée[1], *la question centrale non seulement de l'enseignement des mathématiques en primaire - et donc de la suite de cet enseignement - mais aussi pour des raisons que j'expliciterai plus tard une clé pour la compréhension de l'évolution de l'enseignement de toutes les matières depuis une quarantaine d'années*

Donc s'il y a une seule question sur laquelle il faut être extrêmement précis, c'est bien celle-là. Dans le cas, qui reste à prouver où les formulations employées par C. Huby ne sont pas purement des erreurs mathématiques, on a du mal à trouver des excuses pour l'imprécision d'un texte dont C. Huby et le GRIP connaissaient l'importance puisqu'ils savaient qu'il serait mis en avant dans un blog de référence comme *Interro Ecrite* qui draine un grand nombre de lecteurs.

Ma critique s'appuiera donc sur le passage suivant écrit par C. Huby :

> Et, pour en finir avec ces fameux « fondamentaux, on apprend à calculer, terme que je préfère désormais au verbe « compter », tellement cette obsession du « savoir compter », au sens de savoir réciter une « comptine numérique » sans rime ni raison, a perverti l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle ces dernières années. Chez nos tout-petits qui découvrent les quantités, calculer combien d'enfants autour de la table si Louisa, Lounès et Mattéo s'assoient tour à tour, combien de biscuits si on doit en donner deux à chacun, combien de perles en tout quand on en met une rouge, une bleue, une jaune et une verte, pour en arriver à calculer, huit à neuf ans plus tard, à quelle vitesse roulait le train qui a doublé le cycliste parti trois heures avant lui de la place de la gare Saint-Charles, à Marseille.
> Et c'est à ce point précis que se situe la particularité de mon métier !
> http://education.blog.lemonde.fr/2013/02/14/mon-metier-a-moi-cest-maitresse-decole/

Allons tout de suite à la question théoriquement centrale - c'est-à-dire le rapport calcul / comptage - qui est de plus extrêmement importante pour tout le monde, autant pour moi d'un point de vue mathématique et théorique que pour C. Huby puisqu'elle dit « Et c'est à ce point précis que se situe la particularité de mon métier ! »

[1] On pourrait d'ailleurs dire « les quatre opérations sur les grandeurs » puisque les « nombres purs » peuvent être conçues comme cas particulier des « nombres concrets » dans lequel, pour le dire vite, « toutes les unités » sont égales à 1, le nombre pur étant un nombre concret dans lequel l'unité 1 est sous-entendue puisque 7 = 7 × 1, lu « sept fois un » et pas « une fois sept ».

« On apprend à calculer, terme que je préfère désormais au verbe « compter », tellement cette obsession du « savoir compter », au sens de savoir réciter une « comptine numérique » sans rime ni raison, a perverti l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle ces dernières années. »

Compter / Calculer

C. Huby : « on apprend à calculer, terme que je préfère désormais au verbe « compter »

Cette affirmation n'a aucun sens car les deux activités sont différentes et indispensables. Toutes proportions gardées, ça consisterait à dire, parce que l'on parle trop du sommeil et pas assez de la nourriture « on apprend à manger, terme que je préfère désormais au verbe dormir ».

Et c'est d'autant plus grave qu'il s'agit d'un type de fautes récurrent dans le GRIP et dans le mouvement antipédagogiste[2]. Ce type de faute consiste, sous prétexte qu'une chose a été oubliée pendant un certain temps et une autre injustement mise en avant à sa place, à inverser mécaniquement la problématique alors que la question essentielle est de comprendre le lien entre ces deux positions. Le premier exemple qui me vient à l'esprit est le suivant : lorsque j'ai montré il y a dix bonnes années l'importance du calcul sur les nombres concrets[3], j'ai commis l'erreur de ne pas dire l'on ne devait pas abandonner le calcul sur les nombres abstraits (on dit aussi *nombres purs*) mais au contraire enseigner aussi simultanément que possible les nombres purs et les nombres concrets. Ayant donc fait la faute de ne pas prévoir les réactions extrêmement favorables à l'enseignement du calcul sur les grandeurs (qui apparait comme un nouveau continent à ceux qui n'ont connu que l'étroitesse des nombres purs), j'ai vu arriver Marc le Bris et Pascal Dupré avec un manuscrit qui tentait de réduire le début de l'enseignement à celui des nombres concrets. Ils voyaient qu'il y avait un problème mais seulement sous sa forme pratique et extra-mathématique car liée à la progression en lecture. En effet dans cette progression qui n'a jamais été expérimentée puisque les auteurs l'ont abandonné, les élèves ne savaient pas lire par exemple « *pommes* » au moment où ils auraient dû lire et écrire « *2 pommes + 3 pommes = 5 pommes* ». Mais abandonner cette progression pour cette raison est une erreur car cela n'empêche pas de recréer une autre progression obligatoirement défectueuse dont on ne verra comme défaut qu'un autre aspect partiel. Et ceci se reproduira - *au moins* - tant que l'on n'aura pas compris pourquoi il faut apprendre simultanément les nombres purs et les nombres concrets. Donc instruit de cet exemple et d'autres dans lesquelles j'avais une responsabilité négative, je ne ferai pas la même erreur sur l'opposition compter / calculer.

Comparaison entre *manger/dormir* et *calculer/compter* n'est certes pas raison. Soyons donc plus précis : compter et calculer sont deux activités différentes et il ne peut y avoir aucune raison de préférer calculer à compter ni « *préférer le verbe calculer au verbe compter* ». Ce qui est important

---

[2] Et aussi dans le mouvement opposé, mais il m'intéresse actuellement moins. On peut cependant remarquer que Rémi Brissiaud a le même type d'attitude par rapport à l'opposition nombre cardinal / Nombre ordinal. Au prétexte que le comptage à la Gelman ignore les nombres comme cardinaux, il affirme que le cardinal est le seul « vrai nombre » et fait disparaitre le nombre ordinal dont le nom n'est même pas mentionné, alors que l'ordinal est aussi « vrai » que le cardinal…

[3] Rappelons ce dont il s'agit :

> *Nombre abstrait ; nombre concret. - Un nombre, soit entier, soit fractionnaire, n'est pas toujours accompagné du nom de l'unité, comme quand on dit par exemple : un, deux, trois, ou bien une demie, deux tiers, trois quarts, etc., sans avoir en vue une espèce d'unité plutôt qu'une autre. Dans ce cas, le nombre est abstrait, c'est-à-dire séparé de la quantité â laquelle il se rapportait. Par opposition, le nombre qui est accompagné du nom de l'unité est appelé nombre concret (du latin concretus, épais, solide); par exemple trois francs, cinq sixièmes de mètre.*
> Article « Numération » de la première édition du Dictionnaire pédagogique http://michel.delord.free.fr/buissonbook/dp-calcul.pdf

J'en profite pour faire remarquer que, autant je partage les critiques que fait Rudolf Bkouche à la vision du nombre abstrait comme abstraction du nombre concret* autant je pense que l'on doit utiliser les termes *nombres concrets* et *nombres abstraits* – au sens donné dans la définition du DP- car toutes les autres propositions n'apportent rien. C'est vrai en particulier de la proposition de Stella Baruk : elle refuse d'employer l'expression « nombre concret » car « aucun nombre ne saurait être concret !!!» et propose la distinction « ***nombre*** » / « ***nombre de*** ». Dans cette définition « 5 » serait un « ***nombre »*** et ne serait pas un « ***nombre de »*** et « 5 cubes » serait un « ***nombre*** **de** » et pas un « ***nombre*** ». Malheureusement pour Stella Baruk, tout nombre est un nombre d'unités et 5 est un « nombre de » 1 puisque 5 égale 5 uns.

* Cf. Rudolf Bkouche, « *Abstrait vs concret, une opposition ambiguë* » http://michel.delord.free.fr/rb/rb-abstrait_vs_concret.pdf

n'est pas d'en supprimer un pour garder l'autre, ce qui important est de comprendre la liaison qu'il y a entre les deux - *ce sur quoi C. Huby ne dit rien* -, ce qui peut se faire en observant aussi bien les nécessités logiques des progressions que le développent initial du calcul et de la numération en Mésopotamie, Egypte, etc.

Il s'agit donc de comprendre la liaison entre le calcul et la numération : les maths modernes prétendaient pouvoir apprendre la numération en connaissant au maximum l'addition <u>ET en n'ayant aucun recours implicite ou explicite à toute autre opération</u>

Pour ma part, j'ai seulement apporté quelques arguments - arguments repris ensuite par Marc le Bris, J.-P. Demailly ou Laurent Lafforgue … -, pour montrer

1) que l'on ne pouvait pas se passer de la multiplication pour comprendre la numération décimale de position puisque 243 veut dire : *2 **<u>fois</u>** cent plus 4 **<u>fois</u>** 10 plus 3.* [4]

2) qu'il était indispensable d'apprendre simultanément les 4 opérations pour comprendre les liens entre les nombres puisque ce sont elles qui les réalisent.

<u>Mais je n'ai jamais eu le temps de montrer pourquoi les 4 opérations étaient nécessaires pour la compréhension de la numération</u> : ce sera l'objet de mon prochain texte un peu plus complet sur la numération « *Les quatre opérations en CP : mise au point 2013* ». [En fait, il s'appellera : « *Les quatre opérations en CP - +1- : mise au point 2014* ».MD, 7 mars 2014]

Quoi qu'il en soit il ne faut surtout pas remplacer « compter par calculer » car, au lieu de résoudre le problème - comprendre les liens entre numération et calcul -, on le rend invisible[5].
Il est assez facile de montrer que la numération est indispensable pour le calcul - il faut bien des nombres pour faire des opérations -, il est plus difficile de montrer l'inverse, c'est-à-dire qu'une certaine connaissance des + *quatre* + opérations est indispensable pour comprendre c'est qu'est un nombre entier. « *Les quatre opérations en CP - +1- : mise au point 2014* ».

<u>La comptine numérique</u>

Reprenons maintenant la raison donnée par Catherine Huby :

> « … tellement cette obsession du « savoir compter », au sens de savoir réciter une « comptine numérique » sans rime ni raison, a perverti l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle ces dernières années. »

Quelques remarques

a) Comme précédemment pour compter/calculer, la question n'est pas d'opposer mécaniquement « la comptine numérique » à une « bonne compréhension » de ce qu'est la suite des nombres entiers, mais de comprendre le lien entre les deux.

b) <u>Savoir réciter la « comptine numérique » est indispensable</u>[6] ; l'expression « sans rime ni raison » tombe mal[7] puisque comme « sans rime ni raison » signifie n'avoir aucun sens, c'est faux car la comptine numérique a un sens mais qui ne recouvre qu'une partie de la notion de nombre entier.

---

[4] Ceci est valable pour d'autres types de numérations ; en gros, la multiplication est indispensable dés que l'on dépasse, l'énumération stricte pour passer à la numération, ce qui suppose l'existence du choix d'un - ou plusieurs - regroupement privilégié que l'on appelle base(s) de la numération.

[5] Toutes proportions gardées, c'est un peu ce qui se passait, comme le racontait Liliane Lurçat, pour l'utilisation du clavier de la machine à écrire pour « soigner la dyslexie » : elle fait disparaitre des symptômes mais ne soigne rien.

[6] Cf. Rudolf Bkouche, « Abstrait vs concret, une opposition ambiguë » op. cit.

[7] Elle tombe même doublement mal car je ne sais si la comptine numérique n'a pas de rime, mais elle a une *raison* en tant que suite numérique additive et cette raison vaut 1, puisque, par définition, une suite arithmétique de nombres de raison 1 est une suite de nombres dont le suivant s'obtient en ajoutant 1 au précédent, ce qui est bien le cas pour la comptine numérique.

c) Ceci dit il est évident que lorsque l'on connait la comptine numérique et elle seule, c'est-à-dire que l'on est incapable de comprendre les décompositions au moins additives des nombres de la comptine, et en particulier au minimum la décomposition 2 = 1 + 1, 3=2+1, … n = (n – 1) + 1, on ne peut pas comprendre par exemple que 3 peut représenter 3 doigts, car on a une forte tendance à penser que 3 représente UN doigt, le troisième. La solution n'est pas de dire que 3 représente 3 doigts et seulement 3 doigts, mais que 3 représente simultanément trois doigts ET le troisième doigt, c'est-à-dire que 3, comme tout nombre entier positif est à la fois un nombre cardinal et un nombre ordinal. Ce point est développé dans l'annexe « *Absence cardinale de l'ordinal* »

d) Et là, si l'on se place du point de vue du calcul élémentaire, il ya bien une différence entre nombre ordinal et nombre cardinal : à part la division par zéro et les soustractions du type a - b avec a < b, « on peut faire toutes les opérations »[8], c'est-à-dire tous les calculs possibles avec deux nombres cardinaux. Mais si - pour montrer que je suis capable de faire comme la praticienne C. Huby qui donne des exemples concrets et familiers - je dis que Lounès est 4ème par ordre de taille dans la classe et que Mattéo est 7ème dans ce même classement, que veulent dire 4+7 et surtout 4×7 ? [Note9]

Ceci signifie donc que si l'on a en permanence en tête la nécessaire simultanéité de l'apprentissage de la numération et du calcul et en particulier leur simultanéité initiale- « les 4 opérations en CP » - , on ne peut pas avoir et transmettre même implicitement une conception de la suite des nombres entiers réduite à la « comptine numérique », comprise seulement comme suite de nombres ordinaux puisqu'il n'y a pratiquement pas de calculs possibles dans cette réduction des nombres entiers à leur aspect ordinal. Bien sûr, ce que je viens de dire ici est insuffisant pour critiquer de manière élaborée la position de Remi Brissiaud mais c'est déjà mieux que de l'approuver explicitement comme le fait C. Huby.

Une dégradation récente ?

La suite du raisonnement de C. Huby est le suivant :

> « [Cette réduction de l'enseignement de la notion de nombre à celle de nombre ordinal] a perverti l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle ces dernières années. »

a)Il est audacieux sans autre forme de procès, de dire ainsi

- implicitement que c'est cette question de la comptine numérique qui est le facteur principal de la dégradation de l'enseignement des mathématiques en maternelle. ***Je rajoute que même si***

[8] « *On peut faire toutes les opérations*» désigne ici, bien sûr, la possibilité d'effectuer pratiquement l'opération, ce que les manuels d'avant 70 appelaient la « technique de l'opération ». Mais « On peut faire toutes les opérations» signifie aussi que les opérations faites « ont un sens » non pas personnel pour l'élève mais au sens où les progressions d'avant 70 commençaient pour chaque opération par une leçon sur le « Sens de l'opération » donnant une définition de l'opération dont était déduite ensuite la technique de l'opération. « *On peut *faire* toutes les opérations*» signifie donc que les élèves peuvent se ramener à une « action » classique : réunion de collections pour l'addition, retrait pour la soustraction, addition répétée pour la multiplication, soustraction répétée pour la division, etc.

[9] Je me place ici d'un point de vue élémentaire : la seule « *« opération » sur les ordinaux* » qui a un sens compréhensible pour des élèves du primaire - et du secondaire - est la soustraction 7-3 = 4 dont le résultat, qui n'est pas un ordinal, représente bien la « distance entre le 7ème et le 3ème », notion proche de celles intervenant dans les « problèmes d'intervalles ».
A un niveau plus élevé - qui ne nous intéresse pas directement ici, difficilement accessible car d'un niveau au moins égal au niveau bac+3 en mathématiques-, on peut

- identifier les cardinaux finis et les ordinaux finis
- construire une addition et une multiplication des ordinaux mais ces opérations sont structurellement différente de ces mêmes opérations sur les cardinaux puisque par exemple
  - la multiplication des cardinaux est commutative : si l'on a deux cardinaux a et b, $a\times b = b\times a$
  - la multiplication des ordinaux n'est pas commutative : si α et β sont des ordinaux, $\alpha \times \beta$ n'est pas en général égal à $\beta \times \alpha$.

Pour ceux qui sont intéressés par le sujet, l'article « Ordinal Number » de Wikipedia* est un bon point de départ.
* http://en.wikipedia.org/wiki/Ordinal_number

C. Huby ne le dit pas explicitement, c'est comme cela que ce sera compris car, sur ce sujet, et au vu de la popularité des thèses de Remi Brissiaud et au vu du caractère à la fois beaucoup moins répandu et théoriquement faiblard de l'argumentation du GRIP contre ses thèses, il ne peut en être autrement. Et ceci est vrai pour tous les sujets sur lesquels on a une position minoritaire faisant face à une position hégémonique ***: c'est donc en ce cas*** **au mieux** ***strictement de la démagogie de ne pas critiquer explicitement la position dominante*****.**

- explicitement que cette dégradation est récente.

Et c'est surtout original de le dire lorsque l'on appartient au GRIP qui à ma connaissance - je le sais d'autant plus que c'est moi qui ait défini cette position - expliquait jusqu'à maintenant le contraire, c'est-à-dire

i) que la dégradation fondamentale remontait à la réforme des maths modernes, à la suppression de la simultanéité de l'enseignement du calcul et de la numération et à la suppression de l'enseignement du calcul sur les grandeurs, et qu'elle n'est donc pas récente.

ii) que l'on se devait, pour les comprendre et les réduire, de placer l'éventail historique des dégradations successives de l'enseignement dans le cadre précité.

Cette double hypothèse est peut-être fausse mais en ce cas on le dit et on en donne quelques preuves au lieu de la contredire implicitement.

b) Ceci dit, parmi ceux qui reconnaissent sous quelle forme que ce soit, une sévère dégradation de l'enseignement des mathématiques, il y a un auteur, Rémi Brissiaud, qui dit explicitement, lui, que la « réduction de l'apprentissage des nombres à la comptine numérique à la Gelman» recommandée sous Chevènement en 1986 - donc *récemment* - est le facteur essentiel et *même exclusif*[10] de la dégradation de l'enseignement des mathématiques. Cette argumentation est tout à fait cohérente avec son objectif qui est de défendre les reformes de 1970 en primaire - les maths modernes -, objectif qu'il affirme explicitement puisqu'il veut « débattre en héritiers de la réforme de 70 »[ii], ce qu'il fait d'ailleurs pratiquement puisqu'on ne l'a jamais vu remettre en cause les principales orientations promues par la réforme des maths modernes en primaire[11].

- On peut montrer tout au contraire -mais je ne le ferai pas ici mais dans le texte à paraitre sur les 4 opérations et dans le suivant qui portera plus globalement sur l'analyse du programme de 1970, celui des maths modernes - que la dégradation des capacités en calcul ne provient pas, et ce fondamentalement, comme le prétend Rémi Brissiaud, des mesures prises en 1986 par Chevènement.

Je ne veux pas dire par là que Chevènement n'a pas pris de mesures négatives ni que la mesure exhibée par Remi Brissiaud n'est pas négative. Au contraire la mesure dénoncée par R. Brissiaud est bien effectivement *extrêmement* négative mais ce n'est ni la seule négative prise sous ce ministère ni obligatoirement la plus nocive. J'ai donné quelques éléments d'analyse sur le sujet dans au moins deux textes «*Charles de Gaulle et le gaullisme, Jean-Pierre Chevènement et le chevènementisme, des républicains acteurs fondamentaux de la dégradation de l'enseignement* »[iii] et « *Jean-Pierre Chevènement, Ministre de l'éducation nationale et donc, même pas ministre de l'Instruction publique* »[iv] , textes que nombre de mes petits camarades instructionnistes n'apprécient guère et auxquels ils ne font - euphémisme - aucune publicité. A part Rudolf Bkouche qui a écrit explicitement sur le sujet, ils ont en effet été tous favorables à Chevènement sous des formes allant de la simple défense de ses opinions (J.-P. Brighelli) à la candidature sur ses listes (Natacha Polony) en passant par la participation à son comité de soutien - soutien non critique - en 2002 (Isabelle Voltaire, Pedro

---

[10] « *Résumons : après avoir rejeté la possibilité que des facteurs généraux expliquent ta baisse des performances en calcul, ainsi que ta possibilité qu'il faille incriminer d'autres pratiques numériques que le comptage-numérotage, on peut considérer que, jusqu'à preuve du contraire, l'enseignement du comptage-numérotage est le seul facteur explicatif qui émerge.* » Remi Brissiaud, *Apprendre à calculer à l'école*, Retz, 2013, page 24.

[11] Rajoutons que la position de Rémi Brissiaud est de plus un « joli coup politique » puisqu'elle permet de clouer le bec à ses détracteurs antipédagogistes / républicains qui ont tous été des défenseurs de Chevènement en le présentant comme l'homme politique parangon de l'instruction.

Cordoba, etc.). On a tout à fait le droit de se tromper mais ce qui est « non démocratique » est le refus de tout retour sur cette question. Il n'y a pas que les disciples de Nicolas Sarkozy qui ne sont pas partisans de l'inventaire…

Quoi qu'il en soit, et si mes hypothèses s'avèrent vraies, cette explication par Remi Brissiaud de la dégradation de l'enseignement des mathématiques en primaire a pour fonction centrale, en justifiant les reformes de 70, d'empêcher la compréhension de la profondeur de la dégradation de l'école et de favoriser corrélativement la poursuite de certaines aberrations de la période des maths modernes puisqu'elles ne sont pas vues en tant qu'erreurs.

Guy Morel : *D'une position mal défendue, paraît-il, par le GRIP*

On peut donc constater que, dans le passage cité, C. Huby, le moins que l'on puisse en dire, défend mal les « 4 opérations en CP » et qu'elle ne permet en aucun cas de se démarquer des positions de Rémi Brissiaud. Mais si l'on ne se limite pas au texte cité, on peut voir qu'il est normal qu'elle ne se démarque pas des positions de Rémi Brissiaud sur le rôle de « l'apprentissage Gelman de la numération » … puisqu'elle l'approuve explicitement.

Sur le forum neoprofs Guy Morel, alias mareuil, lançait en novembre 2012 - par plaisanterie ? - un fil de discussion « *Rémi Brissiaud fait de la pub pour le dernier manuel de C. Huby* »[v] ; je ne sais ce qu'il en est. Mais ce que je sais est que C. Huby, sur le même fil, fait explicitement de la pub pour les positions du dernier livre de Rémi Brissiaud :

> « Alors, encore une fois, j'en conviens, Brissiaud, c'est beaucoup mieux qu'Ermel ou Cap Maths et ça largue beaucoup moins d'enfants ! Et ça, c'est déjà extraordinaire. Il n'y a qu'à voir ses récentes interventions sur l'abus du comptage en maternelle et les dégâts que cela a provoqué. »[vi]

Et je ne reviens pas sur les autres déclarations de C. Huby et de Guy Morel sur ce fil de discussion[12]. Mais C. Huby écrit : « *Il n'y a qu'à voir ses récentes interventions sur l'abus du comptage en maternelle et les dégâts que cela a provoqué.* ». Cette validation / valorisation de la position de Rémi Brissiaud est exactement ce qui permet de bloquer toute compréhension sérieuse de la dégradation de l'enseignement depuis 1970.

Guy Morel semblait douter du fait que le GRIP « défendait mal les 4 opérations en CP ».

En est-il maintenant convaincu ?

Michel Delord,
HESMD*,
COUEM**,
25 octobre 2013***.
*pour l'*Horripilant, Érudit et Sympathique Michel Delord,* selon Luc Cédelle
** pour *Cheville Ouvrière des Ultras de l'Enseignement Mathématique*
selon Yves Chevallard, médaille Hans Freudenthal 2009 [13]
*** Le texte original du 20 octobre 2013 est à l'adresse
http://michel.delord.free.fr/bloglc-horresco-reponse_gm_4op.pdf

[12] Mais j'y reviendrai, car un certain nombre d'affirmations de C. Huby posent problème. Quant à Guy Morel, il a sur ce fil des affirmations beaucoup plus satisfaisantes sur le fond que celles de C. Huby, mais il est velléitaire et ne justifie que très rarement ces affirmations qui sont données sur un tel ton qu'il faut ensuite prendre d'infinies précautions oratoires pour faire le travail qu'il n' a pas fait, c'est-à-dire justifier ses assertions.

[13] Yves Chevallard, Éducation et didactique : une mise en tension essentielle, 2006. Article dont je ne partage certes pas le point de vue mais qui est fort intéressant. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_-_Education_didactique_-_02-07.pdf

Annexe : Absence cardinale de l'ordinal

Il est d'ailleurs remarquable que dans tout le débat sur ce sujet n'apparaisse que très rarement l'opposition fondamentale cardinal / ordinal : Catherine Huby n'en parle pas et aussi bien dans le dernier livre de Rémi Brissiaud « *Apprendre à calculer à l'école* » de 2013 que dans le précédent « *Premier pas vers les maths* » publié en 2007, on ne trouve aucune occurrence du mot ordinal.

Voila ce qu'en dit R Brissiaud dans « Premier pas vers les maths » (Page 5):

> *« Les noms de nombres ont différentes signification. Ils peuvent, par exemple, désigner des numéros (« Le treize passe la balle au cinq »).Ils ont leur signification « cardinale » quand ils désignent vraiment des nombres. Cet emploi du qualificatif « cardinal », qui indique que c'est leur signification la plus importante, est le même que dans l'expression : « les vertus cardinales ».*

Que veut dire « désigner *vraiment* des nombres » ? Un nombre ordinal est *vraiment* un nombre - et même un « vrai nombre » -, ni plus ni moins qu'un nombre cardinal. Et dans de nombreuses situations, y compris dans l'apprentissage de la numération, il y a des moments où c'est le nombre ordinal qui, si je puis me le permettre, a une place cardinale. On a ici un raisonnement parallèle à celui tenu par C. Huby : au prétexte que le comptage a été mal enseigné, elle ne veut plus entendre parler de comptage. Au prétexte que l'on a mal enseigné la notion de nombre cardinal, R. Brissiaud prétend que seule la notion de nombre cardinal représente vraiment un nombre. Rajoutons que sa caractérisation du nombre cardinal comme « vrai nombre » n'est pas un accident seulement présent ici puisque la même caractérisation se retrouve à la page 22 de son dernier livre, six ans après (Voir la citation *infra*).

On peut remarquer aussi qu'une bonne raison qui a fait disparaitre ce vocabulaire ordinal / cardinal pourtant fondamental est que ne figurent plus au programme de grammaire du primaire les notions d'adjectif numéral sous ses deux formes d'adjectif numéral cardinal et d'adjectif numéral ordinal.

On peut même remarquer que ce n'est pas seulement le mot et la théorisation du rôle du nombre ordinal qui sont absents de la problématique de Rémi Brissiaud mais l'application pratique de cette théorisation, c'est-à-dire l'utilisation de l'adjectif numéral ordinal dans l'apprentissage de la numération. En effet dans son livre « Apprendre à calculer à l'école », il ne se contente pas de critiquer le comptage à la Gelman. Aux pages 20 à 23, il propose une progression valable à partir de la PS et de la MS dont voici le schéma

> **Enseigner d'abord les décompositions des nombres 2 et 3.. .**
>
> […] Elle consiste, dans un premier temps, à éviter tout enseignement du comptage-numérotage et même, plus généralement, à éviter toute utilisation par l'enseignant des mots-nombres en tant que numéros, afin de privilégier les décompositions des 3 premiers nombres
>
> **Puis enseigner le comptage-dénombrement**
>
> […]Décrivons cette autre façon de l'enseigner en se plaçant dans la situation où, pour donner 4 cubes à un nounours, par exemple, l'enseignant montre aux élèves comment on compte des objets en les prélevant successivement d'un stock. L'enseignant dit « un » quand il a déplacé le 1er objet, il dit « deux » non pas au moment où il touche le 2e objet, mais quand celui-ci a été déplacé et, donc, quand la collection des deux objets a été formée (on vise à ce que l'enfant associe le mot « deux » à la pluralité : 2, c'est le résultat de 1 et encore 1), il dit « trois » non pas au moment où il touche le 3e objet, mais au moment où celui-ci a été déplacé et, donc, quand la collection de trois objets a été formée (pour que l'enfant associe le mot « trois » à la pluralité : 3, c'est le résultat de 2 et encore 1). Idem pour « quatre » […]
> Lorsqu'il procède ainsi, l'enseignant enseigne une forme de comptage très différente du comptage-numérotage, parce que la correspondance terme à terme qu'il théâtralise n'est pas celle entre 1 mot et 1 objet mais la correspondance entre **1 mot** et **la pluralité des objets déjà pris en compte** (ce n'est pas un comptage « à la Gelman »). Lorsqu'un enfant comprend cette forme de comptage, chaque mot prononcé désigne pour lui un vrai [!!! MD] nombre puisqu'il désigne la nouvelle pluralité obtenue après l'ajout de 1 ; c'est la raison pour laquelle on peut alors parler de l'enseignement d'un « **comptage-dénombrement** ». […]
>
> ***Enseigner le comptage-dénombrement de manière encore plus explicite***

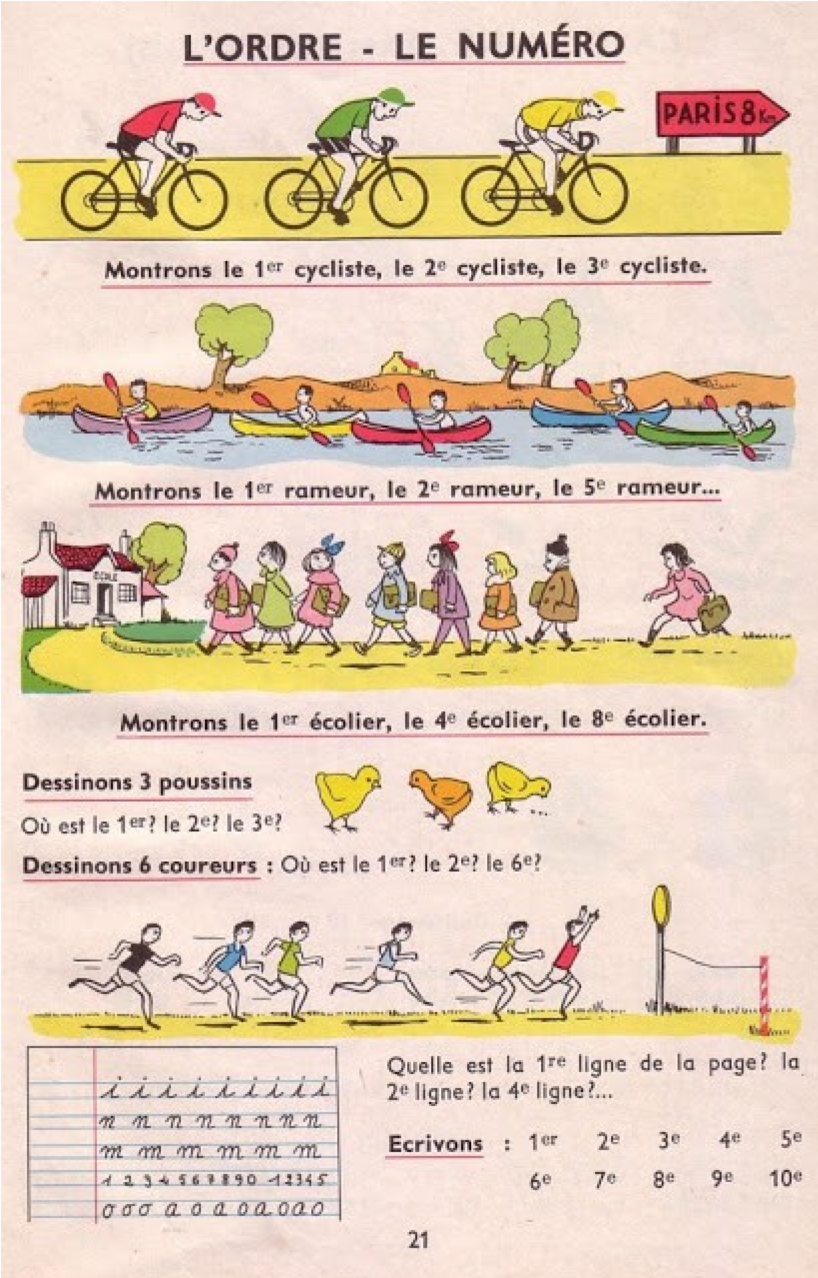
Il y a deux façons de rendre l'enseignement du comptage-dénombrement encore plus explicite.
La première consiste à dire : « 1 et encore 1, 2 ; et encore 1, 3 ; et encore 1, 4 ; et encore 1... ». En effet, un comptage-dénombrement est un comptage où l'on cherche à faire comprendre le calcul sous-jacent au dénombrement ; **verbaliser ce calcul** ne peut que favoriser sa compréhension. Au CP, quand l'addition a été introduite, on peut d'ailleurs utiliser le mot « plus » à la place de « et encore » : « 1 plus 1, 2 ; plus 1, 3 ; plus 1, 4 ; plus 1... ».

La seconde façon de rendre l'enseignement du comptage-dénombrement encore plus explicite consiste à exprimer le nombre total résultant de l'ajout successif des unités, **en spécifiant la nature de cette unité** : « un jeton, deux jetons, trois jetons... » ou « un cube, deux cubes, trois cubes... ». En effet, dans l'expression « trois jetons », la syntaxe de ce petit groupe nominal fait que le mot « trois » réfère à une pluralité, il n'est pas un numéro. Or, la signification des mots-nombres que le comptage-dénombrement cherche à privilégier est celle de pluralités, celle que l'on appelle aussi la signification cardinale des mots-nombres.

Privilégier la signification cardinale des mots-nombres
De même que les points cardinaux (nord, sud...) sont ceux qui servent de repères pour s'orienter dans l'espace, la signification cardinale des mots-nombres est celle qui doit guider la pratique pédagogique des enseignants de maternelle. On remarquera d'ailleurs que dans les décompositions d'un nombre (trois, c'est deux et encore un, par exemple), chacun des mots-nombres prononcés a une signification cardinale. Privilégier les décompositions et le comptage-dénombrement, c'est privilégier la signification cardinale des mots-nombres et, partant, c'est per- mettre un apprentissage explicite des nombres et du calcul.

Le mot ordinal ne figure pas plus dans ce texte qu'il ne figure dans le livre. Or il pourrait être utile, certes non pas de disserter devant les élèves sur la différence entre cardinal et ordinal en MS ou en GS, ni même au niveau du CP ou d'y partir de la définition explicite d'ordinal et de cardinal, mais d'employer en classe les noms des ordinaux ET les noms des cardinaux (et réintroduire aussitôt que possible, c'est-à-dire dès qu'il y a des leçons explicites de grammaire, les notions d'adjectifs numéraux cardinaux et ordinaux). Il est très judicieux, comme le dit à juste titre Rémi Brissiaud, de verbaliser les activités mathématiques. Et pour bien définir le nombre cardinal, au sens notamment de donner des limites à cette notion, il me semble utile de donner une expression du nombre ordinal qui différencie ces deux notions et correspond à des connaissances apportées par la vie à l'école et hors de l'école. Les élèves ont entendu parler de premier et de second : ne pourrait-on pas dire face à un collection de quatre buchettes, certes des choses du type « *Voila quatre buchettes* », « *Quatre buchettes, c'est trois buchettes plus une buchette* », ce que recommande Rémi Brissiaud … mais aussi de dire, en scénarisant correctement la chose, ce qu'il ne recommande pas pour de multiples raisons : « *Voila LA première buchette* », « *Voila LA troisième buchette* » …
C'est d'ailleurs ce que faisait la majorité des manuels d'avant 1970. Citons-en un, parmi les plus utilisés dans les années 50/60, le manuel de CP de la collection « Le calcul quotidien » publiée par Fernand Nathan – collection Bodard[14] – qui immédiatement après avoir étudié 10 propose la leçon suivante :

[14] http://manuelsanciens.blogspot.fr/2012/04/bodard-conti-le-calcul-quotidien-cp.html


L'ORDRE - LE NUMÉRO

PARIS 8 Km

Montrons le 1er cycliste, le 2e cycliste, le 3e cycliste.

Montrons le 1er rameur, le 2e rameur, le 5e rameur...

Montrons le 1er écolier, le 4e écolier, le 8e écolier.

Dessinons 3 poussins

Où est le 1er? le 2e? le 3e?

Dessinons 6 coureurs : Où est le 1er? le 2e? le 6e?

i i i i i i i i i i

n n n n n n n n n

m m m m m m m

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5

o o o a o a o a o a o

Quelle est la 1re ligne de la page? la 2e ligne? la 4e ligne?...

Ecrivons : 1er 2e 3e 4e 5e 6e 7e 8e 9e 10e

21

Remarquons également que, si le mot ordinal ne figure pas dans le livre cité de Rémi Brissiaud, ce n'est pas une omission puisque l'enseignement des ordinaux ne figure pas non plus dans les manuels « J'apprends les maths » de CP.

Tout ceci est une simple remarque. Je ne vise pas ici à proposer une progression, ce qui demanderait d'aborder d'autres questions et notamment « les 4 opérations en CP ». Je n'entre pas non plus dans l'analyse de l'opposition entre ce que propose Rémi Brissiaud actuellement et les thèses centrales des partisans des maths modernes en 1970, thèses centrales dont il se réclame par ailleurs puisqu'il affirme qu'il faut « débattre en héritiers de la réforme de 70 ». Sur ce sujet remarquons cependant, mais j y reviendrai plus en détail, que Rémi Brissiaud fait, à juste titre, la recommandation suivante :

> « La seconde façon de rendre l'enseignement du comptage-dénombrement encore plus explicite consiste à exprimer le nombre total résultant de l'ajout successif des unités, **en spécifiant la nature de cette unité** : « un jeton, deux jetons, trois jetons... » ou « un cube, deux cubes, trois cubes... ».

Mais en ce cas, il n'agit plus « en héritier de la réforme de 70 » puisqu'il emploie ce qui était, ***par excellence***, la chose ***interdite*** [15] d'emploi dans les programmes de 1970 : le « nombre concret » qui consiste bien à « exprimer le nombre en spécifiant la nature de l'unité ». Ceci est dit explicitement dans les commentaires que l'APMEP fait des programmes de 70 mais apparait pratiquement dans le BO de 70. En effet sur les 38 pages du BO n'apparait, dans une recommandation positive, aucun nombre concret : le seul endroit un nombre concret est écrit est le fameux passage :

> Les phrases telles que :
>
> 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes.
>
> n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique, ni au langage usuel.
>
> […]
>
> Dans la pratique de la classe, les deux langages sont mêlés mais il importe de les distinguer.
>
> On pourra écrire, par exemple :
>
> Le nombre de pommes est :
>
> 8 + 7 = 15
>
> et conclure : "la corbeille contient 15 pommes".

Autrement dit les auteurs du BO de 70 n'utilisent qu'une fois sur 38 pages des nombres concrets … pour expliquer qu'il ne faut pas utiliser les expressions dans lesquelles ils figurent…
Rémi Brissiaud ne serait-il pas, sur ce point, partisan du « retour en arrière », puisque ce qu'il recommande était ce qui se faisait partout avant 70 ?

Avant de redonner la parole à Rémi Brissiaud, je voudrais conclure par deux remarques :

A) Assez lâchement, les auteurs des programmes de 70 choisissent de prendre comme exemple des pommes, qui ne sont pas des objets perçus comme proches de la mathématique. Ils ne prennent pas un exemple dont il serait plus difficile de défendre l'interdiction d'écriture comme 8 km + 7 km = 15 km alors que leur objectif central est bien <u>surtout</u> d'interdire l'écriture 8 km + 7 km = 15 km au nom de « maths pures » n'ayant aucun rapport avec la physique.

B) Admettons un instant avec les partisans des maths modernes - ce qui est faux puisque l'on peut construire des modèles mathématiques correspondants - que

> « Les phrases telles que :
>
> 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes
>
> [Et encore plus donc, 8 km + 7 km = 15 km]
>
> n'appartiennent pas au langage mathématique »

Même le plus borné des partisans des programmes de maths modernes doit admettre que ces expressions ont un sens, qu'elles décrivent une réalité et sont, en ce sens, non seulement utiles mais indispensables à connaitre.
En écrivant qu'elles n'appartenaient pas au langage mathématique, ils n'en interdisaient pas seulement l'enseignement dans l'horaire de mathématiques du primaire mais ils en interdisaient tout enseignement puisqu'ils ne prévoyaient pas dans quel cadre ces connaissances pourtant indispensables devaient être enseignées.

<u>Document</u> : *Pourquoi Rémi Brissiaud n'utilise pas le mot ordinal ?*

On a une réponse aux pages 58 et 59 de la première édition - 1989 - de "*Comment les enfants apprennent à calculer*". On comprendra que je ne partage pas du tout l'argumentation donnée mais je la reproduis intégralement.

> **Contexte cardinal et contexte ordinal**

---

[15] <u>**J'ai bien dit interdit**</u> et ce beaucoup plus tard qu'en 70 puisque jusqu'à ma retraite il ya cinq ans, je recevais encore, dans au moins trois cantons différents c'est-à-dire une grosse vingtaine d'écoles primaires, une majorité d'élèves qui non seulement n'écrivaient pas les unités dans les opérations mais lorsque je le faisais me disaient « Monsieur, le maitre a dit qu'on n'écrivait pas les unités dans les opérations ».[MD, 7 mars 2014]

Avant 1970, il était fréquent de qualifier un contexte, où les mots-nombres (ou les chiffres) sont employés pour désigner des quantités, de « contexte cardinal », de même qu'on parlait de « contexte ordinal » quand ces mêmes mots-nombres désignent des rangs (calendrier, ordre d'arrivée d'une course...). Cet emploi des mots « cardinal » et « ordinal » était donc clair. Mais depuis 1970, ces mêmes mots sont fréquemment employés pour qualifier des procédures et non plus des contextes : c'est ainsi que de nombreux auteurs affirment que la procédure de comptage serait de nature ordinale, et qu'elle le serait « par essence », sans qu'on ait à se soucier des conditions d'emploi de cette procédure pour pouvoir éventuellement lui attribuer ce qualificatif. Du point de vue qui est adopté ici, lorsqu'un adulte numérote des coureurs à l'arrivée d'une course pour mémoriser les rangs d'arrivée, son comptage est effectivement un comptage ordinal. En revanche, lorsqu'il compte les objets qu'il a dans sa poche, c'est un comptage cardinal. Ces différences d'emplois des mots « cardinal » et « ordinal » risquent donc de conduire à une grande confusion. C'est pourquoi, d'une manière générale, on a évité dans cet ouvrage d'utiliser ces mots, leur préférant les mots « quantité » et « rang ».

On remarquera, par ailleurs, que lorsqu'on adopte le point de vue de l'enfant, c'est le statut de la numérotation, suivant qu'elle est première ou non qui, dans un premier temps, semble la distinction essentielle. En effet, les contextes ordinaux où la numérotation n'est pas première, c'est-à-dire où l'enfant doit lui-même numéroter des objets pour rendre compte d'un ordre, ne nécessitent généralement pas d'utiliser des nombres : s'il s'agit d'ordonner des images séquentielles, par exemple, pourquoi ne pas le faire avec les lettres de l'alphabet ? Très souvent, pour ordonner, on n'a pas besoin du nombre, l'ordre alphabétique convient tout aussi bien. Dans le cas du calendrier, l'usage du nombre ne s'impose réellement que parce qu'il permet de mettre en relation les dates avec des durées, c'est-à-dire des rangs avec des quantités de jours : « Étant le 13 octobre, quelle date serons- nous dans 5 jours ? », par exemple. Les contextes ordinaux les plus intéressants sont ceux qui exigent réellement l'usage du nombre, c'est-à-dire ceux qui permettent la mise en relation de l'ordre avec les quantités qu'il définit. Comme cette mise en relation est en général difficile, il suffit largement d'aider l'enfant à comprendre les contextes qu'il ne peut éviter, c'est-à-dire ceux où la numérotation est première.

Partie II :

L'addition, seule opération au programme du CP en 1970 ?

---

[i]http://education.blog.lemonde.fr/2013/09/05/horresco-referens-ou-lesprit-de-chapelle-dans-leducation-1/#comment-3908

[ii] Cf. Remi Brissiaud, *Calcul et résolution de problèmes : le débat avance*, 29/06/2006 http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/pages/contribs_brissiaud3.aspx

[iii] http://michel.delord.free.fr/cdg-jpc.html

[iv] http://michel.delord.free.fr/jpc01.html

[v] http://www.neoprofs.org/t54778-remi-brissiaud-fait-de-la-pub-pour-le-dernier-manuel-de-doublecasquette

[vi] http://www.neoprofs.org/t54778p40-remi-brissiaud-fait-de-la-pub-pour-le-dernier-manuel-de-doublecasquette#1719036